COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 SEPTEMBRE 1845.

PRÉSIDENCE DE M. MATHIEU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE. — *Sur les phénomènes rotatoires opérés dans le cristal de roche; par* M. BIOT.

« Ayant eu besoin récemment de rappeler, devant l'Académie, les lois expérimentales qui régissent les mouvements rotatoires des plans de polarisation de la lumière, dans le quartz cristallisé, j'ai pensé que ce retour à des résultats déjà distants de tant d'années, m'imposait l'obligation de revoir une dernière fois les éléments physiques sur lesquels je les ai établis, pour examiner s'ils nécessiteraient, dans leurs détails ou dans leur ensemble, des rectifications essentielles, après lesquelles ils pussent être employés avec sûreté. J'avais, pour cette révision, l'occasion la plus favorable. M. Soleil a mis obligeamment à ma disposition un très-grand nombre de plaques de cristal de roche, d'épaisseurs diverses, parfaitement régulières, et taillées perpendiculairement à leur axe avec une rigueur qu'aucun autre artiste n'avait si généralement obtenue avant lui. En les étudiant avec la précision que l'on obtient aujourd'hui dans la mesure des pouvoirs rotatoires, j'ai pu soumettre toute cette classe de phénomènes à des épreuves délicates qui n'auraient pas été praticables autrefois. J'ai été fort heureux de voir que mes anciennes dé-

terminations n'étaient pas aussi imparfaites que j'aurais pu le craindre; qu'elles avaient même, à peu près, tout le degré d'exactitude qu'il est permis d'espérer tant qu'on ne sera pas parvenu à les obtenir directement par des expériences faites sur des rayons de lumière simple, d'une réfrangibilité strictement définie. Je vais rapporter successivement les détails essentiels de ce nouvel examen, en les présentant dans l'ordre logique suivant lequel ils s'enchaînent. Le sujet est déjà si ancien, qu'il aura pour beaucoup de personnes le caractère de la nouveauté.

» Le phénomène complexe, dont l'analyse fait l'objet de toutes ces recherches, a été découvert par M. Arago en 1811. Malus nous avait fait connaître, en 1810, les modifications remarquables que la réflexion spéculaire, opérée sous une certaine incidence, imprime aux faisceaux incolores de lumière naturelle, modifications qui les rendent susceptibles d'être ensuite partiellement réfléchis ou totalement transmis par les surfaces diaphanes qui les reçoivent sous la même incidence, et suivant certaines sections diamétrales de leur ligne de parcours. Il nomma ce phénomène la *polarisation de la lumière*, considérant les faisceaux ainsi modifiés comme offrant de véritables pans ou faces latérales, par lesquels ils étaient diversement impressionnables. C'était la conclusion que Newton avait déjà tirée, si hardiment et si logiquement, des conditions de position relatives dans lesquelles des rayons de lumière naturelle, subdivisés par la double réfraction dans un premier rhomboïde de spath d'Islande, sont ensuite subdivisés ou non subdivisés par un rhomboïde subséquent. Malus rattacha cet effet de la double réfraction à celui de la réflexion spéculaire, sous l'incidence polarisante, en prouvant que les rayons modifiés par cette réflexion se comportaient, en traversant les rhomboïdes, comme s'ils eussent été modifiés par la double réfraction, et inversement. Ces deux découvertes de Malus, qu'une mort prématurée l'empêcha de suivre, ont été le principe et le point de départ de tous les travaux qui ont été faits depuis dans cette branche de l'optique, devenue si féconde, à laquelle est resté le nom qu'il lui avait donné.

» Jusque-là, dans ces expériences de Malus, les faisceaux de lumière blanche, modifiés par l'un ou l'autre procédé, conservaient leur blancheur (1).

(1) Du moins, en faisant abstraction des faibles effets de la dispersion prismatique, exercée, dans un rhomboïde, par la réfraction extraordinaire qui, même sous l'incidence perpendiculaire, écarte de la normale la portion du faisceau qui la subit. Mais ce sont là des phénomènes d'un autre ordre, et tous les rayons dispersés ainsi par la réfraction extraordinaire sont polarisés dans un même sens.

L'action polarisante qui les impressionnait s'exerçait donc, ou semblait s'exercer également, sur tous les rayons de réfrangibilités diverses dont ils étaient composés. Mais en transmettant des faisceaux blancs, polarisés par réflexion, à travers des lames minces de mica de Sibérie, M. Arago découvrit que cette identité d'effets n'existait plus. Le faisceau ainsi transmis se voyait encore blanc, si on le recevait directement dans l'œil. Mais un prisme biréfringent le subdivisait en deux portions colorées de teintes complémentaires, qui variaient avec l'épaisseur de la lame, avec l'incidence sous laquelle le faisceau polarisé la traversait, et avec les positions qu'on lui donnait à elle-même dans son propre plan, l'incidence restant constante. M. Arago conclut de là que, dans de telles circonstances, les lames de mica, présentées au faisceau polarisé, ôtaient aux rayons de réfrangibilités diverses la simultanéité de polarisation que la réflexion spéculaire leur avait donnée. Il observa des effets de coloration analogues avec des lames minces de chaux sulfatée, et il en tira la même conséquence.

» M. Arago chercha ensuite si la minceur des lames était une condition nécessaire de ces apparences. Il reconnut qu'il n'en était pas ainsi. Il trouva une plaque de cristal de roche, ayant plus de six millimètres d'épaisseur, qui, placée dans les mêmes circonstances que les lames minces de mica et de chaux sulfatée, produisait aussi des images colorées, quand la lumière blanche polarisée qui l'avait traversée était analysée par un prisme biréfringent. Mais, dans l'analogie générale de ce phénomène avec les précédents, il se manifestait des différences de détail que M. Arago reconnut et spécifia.

» Lorsque les lames minces de mica et de chaux sulfatée étaient traversées perpendiculairement par le faisceau polarisé, les couleurs des images variaient si l'on tournait ces lames dans leur propre plan, le prisme analyseur restant fixe. Un mouvement pareil imprimé à la plaque de cristal de roche, dans les mêmes conditions d'incidence et de fixité du prisme, ne produisait, dans ces images, aucune variation de couleur. Cela résultait de ce que la plaque se trouvait avoir été taillée perpendiculairement à l'axe du cristal, et M. Arago en fit la remarque. Mais lorsqu'on tournait le prisme analyseur, de manière à donner successivement à sa section principale diverses directions autour du faisceau transmis, en conservant la perpendicularité d'incidence, les teintes des deux images changeaient continuellement, suivant un mode régulier de succession, qui amenait progressivement, dans l'une et dans l'autre, des rayons dominants de réfrangibilités diverses. De là, M. Arago conclut avec justesse, comme caractère spécial du cas actuel, que ces rayons qui, avant de traverser la plaque de cristal, étaient tous polarisés dans un

même sens, devaient se trouver polarisés dans des sens divers après l'avoir traversée. Le progrès de changement des teintes, pendant la rotation du prisme analyseur, tel qu'il l'a décrit, est conforme à ce que nous savons maintenant être propre à une épaisseur d'environ six millimètres et demi ou sept millimètres. Mais le sens du mouvement du prisme n'ayant pas été spécifié, on ne peut plus reconnaître aujourd'hui, par ces seules indications, si la plaque observée détournait les plans de polarisation vers la droite ou vers la gauche de l'observateur.

» Continuant à suivre la même série d'idées, M. Arago chercha si les corps naturellement cristallisés ont seuls la propriété de polariser ainsi, dans des sens divers, les rayons lumineux d'inégale réfrangibilité qui ont été préalablement polarisés en un sens unique. Il reconnut que cette propriété ne leur appartient pas exclusivement. Comme exemple de ce fait, il mentionne une plaque de flint-glass ayant environ huit millimètres d'épaisseur qui, dans certaines plages de sa masse, troublait simultanément la polarisation primitive imprimée aux faisceaux de lumière blanche qui la traversaient, tandis, qu'en d'autres parties, elle agissait inégalement sur les rayons d'inégale réfrangibilité, puisqu'elle donnait des images colorées, comme les lames minces de mica, de chaux sulfatée, et comme la plaque de cristal de roche, quand le faisceau transmis était analysé par un prisme biréfringent.

» Le Mémoire où M. Arago a consigné ces découvertes, fut lu à la classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut, le 11 août 1811, six mois avant la mort de Malus. Il est inséré sous cette date, dans la Collection des Mémoires de cette Compagnie pour la même année, page 93. J'en ai extrait ici les seules particularités qui se rapportent, comme antécédents, au sujet que je traite aujourd'hui (1).

» Mes premières recherches sur les propriétés rotatoires du cristal de roche sont de deux années postérieures au Mémoire de M. Arago. Elles furent communiquées à la classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut, le 31 mai 1813; et elles sont insérées sous cette date à la page 218 du volume de cette Compagnie pour 1812, lequel ne parut qu'en 1814. Je

---

(1) Le volume de la Collection académique où se trouve le Mémoire de M. Arago n'a paru qu'en 1812. Mais des extraits fidèles et presque textuels de ce travail ont été imprimés, presque immédiatement après sa présentation, dans *le Moniteur* du 31 août 1811, page 932, ainsi que dans le *Bulletin de la Société Philomatique*, aux numéros d'octobre et de novembre de cette même année.

me bornerai aussi à en extraire les seuls résultats qui m'ont servi plus tard pour analyser physiquement cette série de phénomènes.

» Afin d'avoir des éléments précis d'expériences, j'ai choisi un certain nombre d'aiguilles hexaédriques aussi pures que j'ai pu me les procurer, et j'ai fait extraire de chacune d'elles plusieurs plaques perpendiculaires à l'axe, dont je mesurai les épaisseurs au sphéromètre. J'ai ensuite étudié les effets optiques de ces plaques, en y transmettant, sous l'incidence perpendiculaire, un faisceau mince de la lumière blanche des nuées, dont tous les éléments étaient polarisés en un même sens par la réflexion spéculaire. J'analysais ce faisceau, après sa transmission, à l'aide d'un prisme de spath d'Islande achromatisé, mû circulairement autour de sa direction par une alidade dont l'index parcourait le contour d'un cercle divisé en demi-degrés.

» J'ai d'abord pris une de ces plaques dont l'épaisseur était $13^{mm},416$; et j'ai observé, dans toutes ses phases, la succession des couleurs que présentaient les deux images réfractées lorsqu'on tournait la section principale du prisme biréfringent, depuis la direction de la polarisation primitive, jusqu'à une circonférence entière. Puis je l'ai fait progressivement amincir, de manière à l'amener graduellement à douze états d'épaisseurs moindres, que j'ai toutes mesurées au sphéromètre, et dont la plus petite était $0^{mm},400$. J'ai répété sur chacune de celles-ci les mêmes observations que sur la première. Alors, les résultats étant réduits en tableaux, il devint manifeste que, dans toutes ces plaques, dérivées d'une même aiguille, les teintes de l'image extraordinaire suivaient un même ordre de succession, qui offrait un rapport continu avec les variations de la réfrangibilité, lorsque l'on considérait le mouvement du prisme comme opéré de la droite vers la gauche de l'observateur. Je spécifiai cette relation, par le caractère ↖ que j'ai toujours employé depuis. Je retrouvai ce même ordre de succession, ramenant les mêmes séries de teintes par le même mouvement du prisme, dans plusieurs autres plaques extraites d'aiguilles différentes où elles se reproduisaient exactement identiques aux mêmes épaisseurs.

» La comparaison de ces résultats me fit apercevoir l'existence d'un minimum d'intensité de l'image extraordinaire, lequel se montrait dans un arc de déviation proportionnel aux épaisseurs, lorsque celles-ci n'excédaient pas quatre millimètres; c'étaient les premières phases de cette teinte que j'ai appelée depuis *la teinte de passage*, et qui se reproduit à des épaisseurs bien plus grandes avec ce même caractère de proportionnalité, dans les déviations où elle se montre. Mais ce fut seulement vingt ans plus tard, en 1832, que je parvins à lui reconnaître cette généralité d'application.

» En répétant ces observations sur des plaques tirées d'autres aiguilles, avec les mêmes soins et les mêmes moyens de mesure, j'en trouvai où la nature, ainsi que la succession des teintes, quoique toujours identiques aux précédentes, pour des épaisseurs égales, y correspondaient à un mouvement du prisme de sens inverse, c'est-à-dire dirigé de la gauche vers la droite de l'observateur. Je désignai cette opposition par le caractère ⁄, inverse du précédent.

» La constance de la série des teintes dans ces deux classes de plaques, et la reproduction du minimum d'intensité de l'image extraordinaire, dans un même arc de déviation proportionnel aux épaisseurs, prouvaient que les plans de polarisation des divers rayons simples subissaient, dans toutes, un même mouvement de déviation, continu, progressif, de sens constant dans une même aiguille, mais ayant, dans les deux classes, des sens opposés. On pouvait donc inférer de là, comme conséquence très-vraisemblable, que, si un faisceau lumineux, préalablement polarisé en un sens unique, éprouvait successivement ces deux modes d'action, dans des plaques d'épaisseur exactement égale, les déplacements imprimés au plan de polarisation de chaque rayon simple, devaient se compenser mutuellement; de sorte que tous ces plans se trouveraient finalement ramenés à leur direction primitive commune. Mais, si les plaques combinées étaient d'épaisseur inégale, les déviations résultantes devaient correspondre, pour la grandeur comme pour le sens, à l'excédant d'épaisseur. Je confirmai ces deux prévisions par des épreuves variées qui s'y trouvèrent exactement concordantes. La découverte faite presque simultanément par le docteur Brewster et par sir J. Herschel, de la coexistence occasionnelle des deux rotations dans des plages différentes d'une même plaque, est postérieure de plus de six années aux observations que je viens de rappeler, comme ces physiciens se sont toujours plu à le reconnaître (1).

» Ces expériences constataient que le plan de polarisation de chaque rayon simple se déplaçait angulairement, dans toutes les épaisseurs d'une même aiguille, par un mouvement continu et uniforme, dont la vitesse propre croissait avec la réfrangibilité. Pour aller plus loin, il aurait fallu mesurer directement ces vitesses. Je crus pouvoir y suppléer par des conditions tirées des changements de couleur que les images réfractées parcourent dans une

---

(1) Le beau travail du docteur Brewster sur l'améthyste, où la coexistence des deux rotations est établie, porte la date de novembre 1819. Celui de sir J. Herschel, où la remarque analogue est consignée, date du 17 avril 1820.

même plaque à mesure que l'on tourne le prisme analyseur; mais ce phénomène était trop complexe pour fournir des données suffisamment sûres. Aussi, comme je l'ai déjà remarqué ailleurs, pour avoir abandonné un moment l'expérience, ce seul guide qui pût empêcher de s'égarer dans des recherches d'une espèce si nouvelle, je me trompai alors sur la loi de rotation que j'imaginai; et je me trompai encore, en croyant que les rayons lumineux soumis à ce genre d'action étaient ensuite réfractés par les corps cristallisés, autrement que les rayons qui ont été polarisés par les procédés ordinaires. Ils le sont absolument de la même manière. Les particularités de coloration qui m'avaient semblé nécessiter cette différence, bien loin d'être des anomalies, deviennent des conséquences calculables de cette identité, lorsque l'on connaît les véritables lois des rotations.

» Je ne rectifiai cette erreur que cinq ans plus tard. Dans l'intervalle, j'avais reconnu que des effets rotatoires, analogues à ceux-là, s'opéraient dans certains milieux liquides, où ils ne pouvaient être produits que par les particules mêmes, comme par autant de cristaux excessivement petits, agissant en succession. Je sentis que le phénomène décelant, dans de telles circonstances, une propriété moléculaire des corps, il fallait débarrasser ses lois physiques de toute hypothèse, en déterminant par l'expérience les vitesses de rotation individuelles du plan de polarisation des différents rayons simples, dans le cristal de roche, où, d'après l'identité des phénomènes de coloration, elles paraissaient suivre les mêmes rapports que dans les liquides auxquels on avait jusque-là reconnu le pouvoir rotatoire. Ce fut l'objet d'un Mémoire que je présentai à l'Académie le 22 septembre 1818, et qui est imprimé dans le t. II de sa Collection. C'est ce même travail que je viens de revoir, en vérifiant ses éléments principaux par des expériences nouvelles, dont je vais rendre compte à l'Académie.

» Pour premier moyen d'observation, j'employai alors un de ces verres rouges, colorés par le protoxyde de cuivre, qui, sans être rigoureusement monochromatiques, transmettent cependant avec continuité une portion spécialement rouge du spectre; de sorte que la plage moyenne et la plus intense de leur transmission doit répondre à un certain rayon rouge d'une réfrangibilité constante. Je mesurai les arcs de déviation de ce rayon à travers huit plaques ayant des actions de sens divers, et dont les épaisseurs, évaluées par le sphéromètre, procédaient de $1^{mm},184$ à $7^{mm},510$. En réduisant tous ces résultats à l'épaisseur de 1^{mm}, par le rapport de proportionnalité, j'obtins l'arc moyen de déviation de mon rayon rouge à travers cette unité

d'épaisseur, lequel se trouva être 18°,414. Le sens d'action des plaques ne me sembla pas y avoir d'influence appréciable.

» Je viens d'éprouver cette ancienne évaluation sur les plaques parfaitement pures et perpendiculaires à l'axe, de M. Soleil, en déterminant aussi leurs épaisseurs par le sphéromètre, et me servant du même verre rouge, que j'avais conservé. Pour les plus épaisses, où la fixation du minimum d'intensité de l'image extraordinaire est la moins facile et la moins certaine, j'ai trouvé sur 108° de déviation, tantôt 1° de plus que ne l'indiquait le calcul, tantôt 1° de moins. A des épaisseurs plus restreintes, où l'observation est plus sûre, des déviations de 71° se sont accordées exactement, dans des séries composées de 20 déterminations partielles dout les écarts extrêmes restaient compris entre 70° et 72°. D'après cela, je ne me croirais pas assuré de pouvoir changer l'ancienne évaluation pour une meilleure, et je pense que l'on peut provisoirement la conserver.

» Maintenant, il fallait placer ce rayon rouge dans le spectre, et le définir par la longueur d'accès qui y correspond. Je le fis par une expérience approximative, en examinant, dans l'obscurité, la portion que mon verre interceptait dans le spectre total formé par la flamme d'une lampe, et tâchant d'y marquer la place que le maximum de la transmission occupait sur la plage rouge directe. Je pus ainsi rapporter, approximativement, le rouge moyen du verre à sa réfrangibilité propre dans le spectre de Newton. J'évaluai de cette manière sa longueur d'accès à 6,18614, en prenant, comme Newton, le millionième de pouce anglais pour unité.

» Quoique cette estimation ne pût comporter qu'une faible erreur, je désirais depuis longtemps la reprendre par les procédés précis que fournissent aujourd'hui les raies du spectre. L'occasion m'en a été obligeamment fournie par un jeune physicien, M. Foucault, qui, en commun avec M. Fizeau, s'occupe présentement de recherches délicates sur les actions chimiques des rayons lumineux, pour lesquelles la fixation de ces raies est constamment nécessaire. Le spectre de Fraunhofer étant projeté dans la chambre obscure par un héliostat qui le maintenait immobile, on a placé le verre rouge devant la fente étroite par laquelle la lumière était admise; puis, la portion transmise étant reçue sur un écran blanc, M. Foucault a tracé au crayon les limites qui la renfermaient, en y marquant les raies B et C, qui étaient fort distinctes. Le maximum de transmission se trouvait à peu près au milieu de l'image, à une distance de la raie la plus réfrangible C, que j'estime avoir été environ les $\frac{8}{9}$ de l'intervalle de celle-ci à la raie B. Alors,

tirant des expériences de Fraunhofer les longueurs des ondulations propres à ces deux raies, et prenant les $\frac{8}{9}$ de leur différence pour les soustraire de l'ondulation de C, j'ai obtenu très-approximativement la longueur absolue d'ondulation propre à mon verre rouge. Le quart de cette longueur m'a donné la longueur d'accès correspondant, qui, réduite en millionièmes de pouce anglais, comme l'a fait Newton, s'est trouvée presque identique à celle que mon ancienne estimation m'avait donnée. Je rapporte en note les détails de ce petit calcul. Sur ce point encore, je n'ai aucune correction à faire dont je pusse répondre (1).

---

(1) Dans toute l'étendue du spectre les longueurs des accès décroissent continuellement à mesure que la réfrangibilité augmente. Ainsi, entre des rayons de réfrangibilités très-voisines, les différences de ces longueurs doivent être, à très-peu près, en rapport inverse des espaces qui séparent ces mêmes rayons sur un même spectre. Or, d'après les nombres que l'on trouvera consignés dans la note de la page 653, les longueurs d'accès, exprimées en millionièmes de pouce anglais, sont:

Pour la raie B.	6,770175
Pour la raie C.	6,461100
Différence pour l'intervalle BC.	0,309075
Donc $\frac{8}{9}$ de l'intervalle BC.	0,274733
Longueur d'accès de la raie C.	6,461100
Différence ou accès pour le verre rouge.	6,186367
Valeur adoptée dans mon Mémoire de 1818. . . .	6,186140

La différence de ces évaluations est tout à fait négligeable. L'effet en serait inappréciable même dans l'arc de déviation du violet extrême à 20 millimètres d'épaisseur.

En regardant directement les raies du spectre à travers deux verres rouges pareils superposés, MM. Foucault et Fizeau ont reconnu que le maximum d'illumination du champ transmis se trouve à une très-petite distance de la raie C, en s'éloignant de B; et ils m'ont fait vérifier ce résultat après eux. Ces déviations observées à travers un tel système dans des plaques de cristal de roche, devraient donc être rapportées à une longueur d'accès un peu moindre que celui de la raie C, en se rapprochant du rouge extrême de Newton. Ces longueurs sont exprimées à leur rang dans la note de la page 653. J'ai voulu vérifier cette appréciation par une expérience directe. Pour cela, j'ai pris une plaque exerçant sa rotation vers la gauche, et dont l'épaisseur, mesurée au sphéromètre, était $7^{mm},5077$. Conséquemment, si on l'eût observée à travers un seul verre rouge, le minimum d'intensité de l'image extraordinaire E aurait dû se trouver dans l'arc de déviation $-138^{\circ},245$, en comptant $18^{\circ},414$ pour 1 millimètre. Or, en l'observant à travers les deux verres rouges superposés, j'ai trouvé le minimum de E dans l'arc de déviation $-130^{\circ},9$, par une moyenne entre dix déterminations très-peu différentes les unes des autres. Maintenant, si l'on rapportait le rouge transmis par

» Je placerai ici une remarque qui nous deviendra ultérieurement fort essentielle. Newton a partagé le spectre solaire en sept portions, qu'il jugea chacune sensiblement homochromatique pour l'œil. Mais il n'a pas donné d'indice physique qui marquât matériellement les limites de ces subdivisions, et qui en définît les extrémités, de sorte qu'on puisse les identifier aujourd'hui sur nos spectres par ce caractère. Heureusement, il assigne les longueurs d'accès qui y correspondent, et les exprime en millionièmes de pouce anglais. Or, d'une autre part, les expériences de Fraunhofer donnent les longueurs des ondulations pour les sept raies principales qu'on observe dans toute l'étendue du spectre. Elles sont exprimées en parties du pouce français. Convertissez ces valeurs en millionièmes de pouce anglais et prenez-en le quart, vous aurez les longueurs des accès newtoniens qui répondent aux sept raies de Fraunhofer. En y comparant les accès des subdivisions newtoniennes, vous connaîtrez la place de ces subdivisions parmi les raies, et vous pourrez ainsi reporter le spectre de Newton sur celui de Fraunhofer. Cette identification, que je rapporte ici en note, le montre un peu plus court, comme on devait s'y attendre (*). Ce que Newton appelle le rouge extrême coïncide presque avec la troisième raie du rouge désignée par C; de sorte que toute la portion rouge moins réfrangible du spectre lui a échappé. Est-ce par l'imperfection de ses prismes ou par l'interposition du ciel trop sombre de l'Angleterre ? Ce dernier point mériterait d'être examiné. Vers l'autre bout du spectre, ce que Newton appelle le violet extrême n'atteint pas tout à fait la raie H, la dernière de celles que Fraunhofer a définies et qui s'aperçoit très-aisément. Quant aux portions du spectre de Fraunhofer qui s'étendent hors des sept raies principales, et qui sont si faibles, que l'œil ne peut les apercevoir qu'en lui cachant toutes les parties intermédiaires, il est très-concevable que Newton ne les ait pas vues, ou n'ait pas jugé nécessaire de les spécifier, comme étant insensibles dans les applications. Mais la portion du rouge la moins réfrangible, comprise entre les raies C, B, qui excède son

---

les deux verres à la raie C même, la déviation calculée par la raison inverse du carré des accès aurait dû être —126°,73; et si on le rapportait au rouge extrême du spectre de Newton, sa valeur, calculée de même, serait 131°,05. Le premier résultat est moindre que la déviation observée, et le second est un peu plus grand. Ainsi, l'accès véritable qui correspondait au maximum de lumière rouge transmise était moindre que celui de la raie C, et un peu plus grand que celui du rouge extrême de Newton, lequel s'écarte de la raie C du côté des rayons les plus réfrangibles. Cela s'accorde très-bien avec la position du maximum d'illumination observé parmi les raies du spectre, à travers les deux verres rouges superposés.

(*) Voyez le *Tableau général des longueurs d'accès*, etc., page 653.

spectre, ne peut être négligée, du moins par nous. Or, elle n'a pas été comprise dans la règle pratique qu'il a donnée, pour calculer les teintes apparentes qui résultent pour l'œil de l'association d'un nombre assigné de rayons simples, pris dans la lumière blanche composée de la totalité du spectre. Conséquemment, lorsque les teintes calculées par sa règle contiendront très-peu de rayons rouges ; ou, lorsque l'effet optique de ces rayons y sera fortement dominé par un ensemble des autres, propre à impressionner vivement

---

Tableau général des longueurs d'accès dans l'air, exprimées en millionièmes de pouce anglais, tant pour les limites des sept nuances monochromatiques de Newton, que pour les sept raies principales de Fraunhofer, dont les résultats sont désignés par Fr.

	SPECTRE de Fraunhofer.	SPECTRE de Newton.	AMPLITUDES d'accès comprises entre les nuances monochromatiques de Newton.
Raie B, dans le rouge : Fr.	6,77017	....	»
Raie C, dans le rouge : Fr.	6,46110	....	»
Rouge extrême de Newton	....	6,34441	Rouge.
Limite du rouge et de l'orangé	....	5,86414	
Raie D, dans l'orangé : Fr.	5,79502	....	Orangé.
Limite de l'orangé et du jaune	....	5,61798	Jaune.
Limite du jaune et du vert	....	5,23732	
Raie E, dans le vert : Fr.	5,17687	....	Vert.
Limite du vert et du bleu	....	4,84142	
Raie F, dans le commencement du bleu : Fr.	4,76657	....	Bleu.
Limite du bleu et de l'indigo	....	4,51342	Indigo.
Limite de l'indigo et du violet	....	4,32308	
Raie G, vers la fin de l'indigo : Fr.	4,22302	....	Violet.
Violet extrême de Newton	....	3,99698	
Raie H, dans le violet : Fr.	3,86600	....	»

Si l'on veut avoir ces longueurs d'accès exprimées en partie du millimètre, il faudra ajouter à chacun de leurs logarithmes tabulaires, le logarithme constant $\bar{5},4048320'$, et prendre le nombre correspondant à la somme ainsi formée. On en déduirait les longueurs d'ondulations exprimées en parties du millimètre, en multipliant chaque résultat par 4. Le logarithme constant ajouté est celui du millionième de pouce anglais exprimé en millimètres.

l'œil, de manière à composer une teinte franche très-distincte du rouge ; ou enfin, lorsque ce sera le rouge lui-même qui y dominera spécialement et lui donnera son caractère, l'effet produit sur l'œil pourra être tel que Newton l'a conçu, et tel aussi par l'expérience que sa règle le donne. Mais il en devra être autrement, si la teinte calculée est d'une apparence indécise, pâlie par une imitation abondante de blanc, résultant du mélange d'un grand nombre de rayons pris dans toutes les parties du spectre. Car alors, si la portion du rouge le moins réfrangible omise par Newton, doit entrer partiellement ou en totalité dans la teinte qu'on observe, elle devra paraître plus rouge que ne l'indique le calcul. Ces écarts de la règle, s'ils se présentent uniquement dans de telles circonstances, ne feront que montrer plus évidemment l'admirable justesse des combinaisons expérimentales sur lesquelles Newton l'a établie, et dont malheureusement il ne nous a pas fait connaître les détails. Ce cas d'exception vient précisément de s'offrir à moi dans les nouvelles applications que j'ai faites de la règle de Newton aux couleurs données par les plaques de cristal de roche. Il a lieu selon le calcul, comme par l'expérience, dans les épaisseurs intermédiaires entre 10 et 12 millimètres. Je ne le trouve bien marqué que là. Il m'avait échappé dans mes anciennes observations, n'ayant pas eu alors de plaque dont l'épaisseur tombât entre ces limites. La concordance parfaite qui se soutenait entre les teintes calculées et observées, à toutes les épaisseurs plus grandes ou moindres que j'avais expérimentées, ne m'avait pas fait suspecter cette interruption. Mais on verra, par les nouvelles expériences que je rapporterai, qu'elle est précisément indiquée par le calcul, comme un cas spécial d'équilibre instable entre les éléments qui composent la teinte.

» Après avoir déterminé expérimentalement comme je viens de le dire, la vitesse rotatoire du rayon moyen transmis par le verre rouge, et avoir défini ce rayon par sa longueur d'accès, il fallait obtenir les deux éléments analogues pour d'autres rayons appartenant à des portions différentes du spectre et répartis sur son étendue en assez de points pour que l'on pût espérer de découvrir, entre leurs vitesses de circulation, quelque relation numérique continue qui fût, sinon rigoureuse, du moins suffisamment approchée. Pour cela, les verres colorés ne pouvaient plus servir, parce qu'ils transmettent trop de rayons de différente nature. On ne pouvait donc employer que des rayons pris dans les différentes parties d'un spectre fixé par un héliostat. Mais l'analyse du spectre était bien moins exacte, il y a vingt-sept ans, qu'elle ne l'est devenue depuis par les découvertes de Fraunhofer. En outre, la polarisation complète de ses différents rayons présente des difficultés que j'ai

signalées, qui subsisteraient même aujourd'hui, et notre confrère M. Pouillet, qui, jeune alors, m'assistait dans ces expériences, peut se rappeler ce qu'elles ont exigé de soins, pour n'être encore qu'imparfaites. Ayant ainsi obtenu de mon mieux, dans une même plaque, les arcs de déviation de différents rayons, que je pouvais au moins très-approximativement placer dans le spectre newtonien, et définir par leurs longueurs correspondantes d'accès, je rassemblai ces résultats et je cherchai à les lier ensemble. Les vitesses de rotation se montraient croissantes avec la réfrangibilité. C'est le contraire pour les accès. J'essayai si elles suivraient le rapport inverse de leurs longueurs. Il les faisait varier trop lentement. Le rapport inverse des carrés les reproduisit beaucoup mieux, entre des limites d'erreurs dont mes expériences ne pouvaient répondre. Le rapport inverse des cubes rendait leurs variations beaucoup trop rapides. Je m'arrêtai donc à la phase intermédiaire, non comme absolument sûre, mais comme étant celle qu'il fallait éprouver par de nouvelles vérifications, en cherchant si elle reproduisait les teintes complexes des images données par la double réfraction dans toutes les amplitudes d'épaisseur où on les observe sensiblement colorées.

» En effet, la détermination de ces teintes, pour chaque position donnée du prisme analyseur, n'est plus qu'une affaire de calcul si l'on adopte les éléments d'expériences que je viens de rapporter. Prenons comme exemple une plaque dont l'épaisseur soit 1 millimètre. On connaît l'arc de déviation parcouru dans cette épaisseur par le moyen rayon transmis à travers le verre rouge, et dont la longueur d'accès a été assignée. De là on peut conclure les arcs de déviation propres aux rayons extrêmes du spectre newtonien, ainsi qu'aux limites des divisions monochromatiques intermédiaires, en les faisant réciproques aux carrés des longueurs d'accès qui y correspondent, et que Newton nous a données. On aura ainsi la distribution angulaire, tant absolue que relative, des huit plans de polarisation qui embrassent les sept nuances monochromatiques dans le faisceau blanc sorti de la plaque épaisse de 1 millimètre; et l'on en déduira proportionnellement les arcs de déviation de ces mêmes plans, lorsque le faisceau aura traversé toute autre épaisseur assignée. On pourra alors construire des figures coloriées qui montreront la dispersion générale de tous les plans de polarisation du spectre, quand le faisceau blanc, primitivement polarisé en un seul sens, sortira des différentes plaques que l'on voudra soumettre à l'observation. C'est ce que j'ai fait pour treize plaques dont les épaisseurs étaient mesurées au sphéromètre, dans mon Mémoire de 1818.

» Maintenant concevons que l'on observe toutes ces plaques dans une

même position assignée du prisme analyseur, par exemple, lorsque sa section principale coïncide avec la direction de la polarisation primitive; puis, considérant une portion infiniment petite du spectre dont l'arc de déviation moyen soit x, cherchons quelles proportions de cet élément devront entrer dans l'image ordinaire et dans l'image extraordinaire. C'est un problème que Malus nous a appris à résoudre. D'après ses inductions que toutes les expériences subséquentes ont confirmées, l'image extraordinaire sera égale à la quantité totale i de lumière contenue dans cet élément, multipliée par le carré du sinus de l'angle x; et l'image ordinaire se composera de la même quantité i multipliée par le carré du cosinus du même angle. Mais comme ces deux portions sont complémentaires l'une de l'autre, elles doivent contenir en somme la quantité de lumière totale i polarisée dans l'arc x; il suffit donc d'évaluer la première pour en conclure la seconde par complément.

» Voilà le calcul pour un élément infiniment petit du spectre. Maintenant, par une approximation qui se trouve être toujours suffisante, on peut considérer les plans de polarisation d'une même portion homochromatique comme répartis uniformément entre les limites qui la comprennent, limites déjà précédemment déterminées pour chacune d'elles. Alors la sommation de toutes les quantités de lumière de cette nuance, qui entrent dans l'une et l'autre image, s'obtient par un problème de calcul intégral facile à résoudre. Nommons a, a' les arcs de déviation qui la limitent dans l'ordre croissant des réfrangibilités, et I la quantité totale de lumière homochromatique qu'elle renferme : les proportions de cette même lumière, qui composeront l'image ordinaire et l'image extraordinaire dans la position ici assignée au prisme analyseur, auront les expressions suivantes, que j'ai données dans mon Mémoire :

$$\text{Image ordinaire } F_o = \tfrac{1}{2}I \left\{ 1 + \frac{R\sin(a'-a)}{(a'-a)} \cos(a'+a) \right\};$$

$$\text{Image extraordinaire } F_e = \tfrac{1}{2}I \left\{ 1 - \frac{R\sin(a'-a)}{(a'-a)} \cos(a'+a) \right\}.$$

R représente le rayon du cercle plié en arc. Si l'on exprime les arcs a, a' en degrés et fractions décimales de degrés sexagésimaux, la valeur connue de R est $57^\circ,29578$, et son logarithme, évalué à sept décimales exactes, est 1,7581226. On peut donc calculer les valeurs du coefficient de I pour les sept divisions monochromatiques du spectre newtonien, en attribuant successivement aux arcs a, a' les valeurs qui les limitent à la sortie de la plaque que l'on veut considérer.

» Jusqu'ici l'application numérique ne peut comporter de doute que dans l'emploi qu'on y fait du carré des accès, pour calculer les arcs de déviation a, a' qui limitent chaque division monochromatique. Car l'arc de déviation absolu observé à travers le verre rouge et le mode de répartition d'un même rayon entre les deux images, sont des éléments donnés par l'expérience. Mais l'achèvement du problème va exiger en outre l'emploi de la règle de Newton, qui n'est pas établie par des expériences qu'il nous ait transmises, et que malheureusement personne encore n'a entrepris de vérifier directement, quoique ce soit une des plus belles recherches qui puisse occuper aujourd'hui un physicien exercé. L'introduction de cette règle, dans la question traitée ici, en fournira donc seulement une nouvelle épreuve indirecte ajoutée à d'autres du même genre qui déjà la justifient. Mais elle s'y trouvera en outre associée à la loi des déviations réciproque au carré des accès, dont l'établissement expérimental ne peut être considéré que comme approximatif; de sorte que l'accord des résultats avec les observations, si l'on trouve qu'il existe, donnera seulement une vérification conjointe, mais non pas individuelle de la règle et de la loi.

» Newton représente la somme des rayons de la lumière blanche par un nombre, qu'il répartit entre ses sept divisions homochromatiques du spectre, suivant certaines proportions qu'il a assignées, et qu'il présente comme liées numériquement aux longueurs des accès propres aux rayons simples qui limitent ces nuances. Il ne nous a pas indiqué la série d'idées qui l'a conduit à adopter cette relation, ni même pourquoi il a établi, entre les longueurs des accès de ces rayons, certains rapports numériques dont toutes les expériences postérieures ont confirmé l'exactitude, et qui les lient entre eux par une remarquable condition de continuité. Bien plus, après tant d'études faites sur Newton, cette relation entre les longueurs des accès n'a été aperçue qu'en 1824 par un de mes plus intelligents élèves, M. Blanc, sous le nom duquel je l'ai publiée dans la troisième édition de mon *Précis de Physique*, tome II, page 434. Étant généralisée analytiquement, elle lie les accès dans toute l'étendue du spectre par une expression exponentielle, d'où l'on déduit numériquement tous les arcs attribués par Newton aux sept nuances monochromatiques dans la construction circulaire par laquelle il les compose; de sorte que cette minutieuse concordance rend comme indubitable que Newton a connu la relation analytique dont il s'agit, et qu'il en a fait usage, mais que c'est encore un de ces secrets qu'il s'était malheureusement réservés. Par la richesse et l'exactitude singulière des déductions que sa règle fournit, on peut croire qu'elle se rattache aux propriétés les plus intimes de

la lumière, considérée dans son action sur nos organes; mais ce beau sujet d'études physiques et mathématiques n'a encore été suivi par personne.

» Admettant donc ce résultat des travaux de Newton comme un précepte à employer et à éprouver, il assigne les nombres proportionnels de rayons qui composent les sept divisions monochromatiques de la lumière blanche, et que j'ai tout à l'heure désignés par I dans les formules. Si l'on remplace I par ces valeurs, on aura les intensités absolues F_o, F_e des deux images, pour chaque nuance homochromatique du spectre, telles que Newton les conçoit.

» Quand on a ces intensités ainsi exprimées, il vous donne une règle pour les rassembler et pour en conclure la nuance homochromatique dont se rapproche le plus pour l'œil la teinte résultante, en assignant, en outre, les proportions de lumière de cette nuance et de lumière tout à fait blanche, qui, réunies, produiraient dans l'œil la sensation d'une teinte pareille. J'ai réduit cette règle en formule dans mon *Traité de Physique*, tome III, page 451. Alors la combinaison des intensités F_o, F_e, obtenues tout à l'heure, n'est plus qu'une affaire de calcul. Je l'ai effectuée ainsi dans mon Mémoire de 1818, pour les treize plaques de cristal de roche d'épaisseurs diverses, depuis $0^{mm},400$ jusqu'à $13^{mm},416$, que j'avais soumises aux observations; et les deux teintes désignées par le calcul se sont toujours trouvées conformes à l'expérience. Or, je ne pouvais pas me faire illusion à moi-même dans cette appréciation; car les résultats de calcul que j'ai rapportés textuellement dans mon Mémoire ont été ainsi comparés, non pas à des observations nouvelles, mais aux anciennes observations de ces mêmes plaques, déjà publiées dans mon Mémoire de 1813, précisément pour cette position du prisme analyseur, à une époque où je n'avais aucune idée de les calculer un jour par la règle de Newton.

» Cette fois je représentai les résultats du calcul par deux figures qui désignent, pour la position supposée du prisme biréfringent, les teintes des deux images ordinaire, extraordinaire, à toutes les épaisseurs auxquelles on les voit sensiblement colorées. Je ne trouve rien à changer aujourd'hui à ces indications, si ce n'est une petite faute accidentelle de calcul numérique, que j'indique ici en note (1), et la discordance locale de la règle de Newton pour les épaisseurs intermédiaires entre 10 et 12 millimètres, que je n'avais pas

(1) Cette faute porte sur les points de l'une et l'autre courbe qui appartiennent à l'épaisseur de 15 millimètres, et qui ont été seulement construits d'après le calcul, parce que je n'avais pas de plaque de cette épaisseur. On avait employé dans la construction les valeurs

alors aperçue, n'ayant pas eu de plaque dont l'épaisseur tombât entre ces limites.

» Les expériences de vérification que je viens de faire sont trop nombreuses, et quelques-unes trop complexes, pour être consignées ici. Elles seront mieux placées dans les Mémoires de l'Académie où elles pourront être accompagnées des explications, des détails numériques, et des figures nécessaires à leur intelligence. Je me bornerai à dire qu'elles ont été effectuées directement sur un grand nombre de plaques, toutes soigneusement mesurées au sphéromètre, et tantôt étudiées isolément, tantôt superposées en systèmes multiples, pour constater l'exacte continuité du mouvement des plans de polarisation en passant de l'une à l'autre. Je rapporterai seulement les résultats généraux d'une seule qui les rassemble toutes, parce qu'elle embrasse l'étendue totale des épaisseurs où la coloration des images est sensible. J'y ai employé un de ces appareils à épaisseur variable, que construit fort habilement M. Soleil. Ce sont deux prismes égaux de cristal de roche, exerçant un pouvoir rotatoire de même nature, et ayant leurs surfaces externes perpendiculaires à leur axe individuel. Ils glissent au devant l'un de l'autre dans leur monture commune par un mouvement de vis, comme cela se pratique dans les pièces usitées en mécanique pour obtenir des variations continues d'épaisseur. Au commencement de leur course, où les deux prismes se recouvrent par leurs extrémités les plus minces, la somme de leurs actions est exactement compensée par une plaque à faces parallèles, perpendiculaires à son axe propre, et exerçant un pouvoir rotatoire de nature contraire. L'effet résultant est alors le même que si l'épaisseur totale était nulle, et c'est là le point zéro de l'appareil. Un autre point est fixé de même expérimentalement par une seconde compensation, lorsque les prismes se recouvrent par leurs parties les plus épaisses; et l'amplitude de course comprise entre ces deux

---

suivantes :

Pour l'image extraordinaire : $U = 341^\circ\ 17'\ 1''$; $\Delta = 0{,}12435$;
Pour l'image ordinaire : $U' = 161^\circ\ 17'\ 1''$; $\Delta' = 0{,}13788$.

Tandis que les vraies valeurs, exactement calculées, sont :

Pour l'image extraordinaire : $U = 334^\circ\ 27'\ 25''$; $\Delta = 0{,}15097$;
Pour l'image ordinaire : $U' = 154^\circ\ 27'\ 25''$; $\Delta' = 0{,}17717$.

Cela rapproche un peu plus l'image extraordinaire du rouge-pourpre, et l'image ordinaire d'un vert pâle, voisin de la limite du vert et du jaune. Ces indications sont d'accord avec l'observation, qui donne à cette épaisseur E rouge, O vert-jaunâtre pâle très-peu coloré.

termes est divisée également par une échelle graduée qui indique les variations d'épaisseur en centièmes de millimètre. C'est dans la fixation de ces limites, par compensation, que consiste surtout ce que l'appareil offre d'ingénieux, et ce qui exige le plus d'habileté dans sa confection. Je ne me suis confié à celui que m'avait prêté M. Soleil qu'après avoir vérifié sa graduation en plusieurs points par des expériences de compensation analogues, faites avec des plaques dont j'avais moi-même mesuré les épaisseurs au sphéromètre, et je l'ai trouvée fort exacte dans toute son amplitude, ses plus grands écarts équivalant à de si petits intervalles d'épaisseur, qu'on ne saurait en répondre dans de pareilles constructions. Le maximum de l'action résultante ne représentait qu'une épaisseur de 11 millimètres. Mais je l'ai étendue beaucoup plus loin, et je l'ai portée jusqu'à 27 millimètres, en interposant dans le trajet du rayon des plaques additionnelles de même nature dont les épaisseurs m'étaient connues, et que je plaçais, ainsi que l'appareil lui-même, dans les conditions rigoureuses de perpendicularité d'incidence qui sont indispensables pour son usage.

» J'ai pu alors vérifier avec continuité, dans tout cet intervalle, les deux figures qui expriment la succession des teintes des deux images, figures que j'avais autrefois construites par points dans mon Mémoire de 1818, d'après mes expériences antérieures, en complétant les intermédiaires par les indications numériques déduites de la règle de Newton, et liant le tout par un tracé continu. Or, en procédant ainsi, depuis les épaisseurs presque insensibles jusqu'à 10 millimètres, je n'ai pu voir sans étonnement la fidélité constante avec laquelle les teintes observées suivaient les courbes calculées et se pliaient à leurs plus capricieuses inflexions, tant pour la nature des teintes que pour le degré de leur coloration, et pour l'accroissement progressif des quantités relatives de lumière qu'elles contiennent. Tout physicien qui voudra répéter cette épreuve, sentira que la règle de Newton doit avoir des bases bien réelles pour offrir un pareil accord, et que la relation du carré des accès, qui entre avec elle comme élément dans ces calculs, ne peut pas non plus s'écarter beaucoup de la vérité. Pour cela, il suffit de considérer combien la distribution des plans de polarisation des divers rayons simples éprouve de changements dans l'intervalle de 10 millimètres d'épaisseur. D'abord, aux épaisseurs très-petites, ils sont tous très-peu écartés du sens de polarisation primitif qui leur était commun, et ils sont aussi très-peu séparés les uns des autres. Mais cet écart et cette séparation augmentent progressivement, et celle-ci surtout s'accroît avec beaucoup de rapidité à mesure que les plaques deviennent plus épaisses. Ainsi, quand le faisceau blanc, d'abord polarisé en un sens unique,

a traversé une épaisseur de 10 millimètres, le plan de polarisation qui appartient au rouge extrême de Newton a tourné de 175°; et le plan de polarisation qui appartient à son violet extrême a tourné de 441°; de sorte que l'ensemble des plans intermédiaires composant l'étendue totale du spectre qui a été visible pour lui, se trouve alors réparti sur une amplitude angulaire de 266°, ou presque les trois quarts d'une circonférence. Les sommes de rayons diversement réfrangibles que la double réfraction du prisme analyseur fait passer dans l'une ou l'autre image, depuis les plus petites épaisseurs jusqu'à cette limite, composent sans doute des mélanges beaucoup plus variés et beaucoup plus complexes que ceux que Newton a pu former artificiellement pour établir sa règle, et l'on peut être à bon droit surpris qu'elle s'y adapte si fidèlement.

» Entre 10 et 12 millimètres d'épaisseur, la règle de Newton subit un de ces passages par l'infini, qui sont le plus fréquent écueil des formules physiques. A 11 millimètres, la section principale du prisme analyseur étant dirigée dans le plan de polarisation primitif, comme nous le supposons, les rayons que le spectre newtonien embrasse se rassemblent, dans les deux images, en des teintes douteuses, très-approchantes de la blancheur, où ils sont comme en équilibre. Les deux extrémités rouge et violette du spectre que Newton n'a pas vues, ou auxquelles il n'a pas eu égard, sont alors distribuées de manière à entrer presque tout entières dans l'image ordinaire donnée par la double réfraction. Or, en effet, dans cet intervalle d'épaisseur, les teintes observées de cette image offrent une nuance rouge; et, par complément, celles de l'image extraordinaire offrent une nuance verdâtre, que la règle n'indique pas. Mais ces deux effets se conçoivent par la suraddition spéciale du rouge et du violet extrêmes, dans la première. Le maximum d'écart a lieu vers l'épaisseur de 11 millimètres, où se trouve aussi le passage par l'infini. Vers 12 millimètres, la discordance cesse, les teintes des deux images redeviennent plus franches, et la règle se retrouve de nouveau en harmonie avec l'expérience jusqu'à 18 et 20 millimètres. Au delà de ce terme, l'excessive dispersion des plans de polarisation rend la coloration des images de plus en plus faible et difficile à juger exactement. L'application numérique de la règle à de tels cas aurait été nécessairement trop douteuse pour que j'aie supposé utile de l'effectuer. Je me suis borné à y suivre expérimentalement la succession des teintes des deux images, jusqu'à l'épaisseur de $27^{mm},5$ où elles deviennent presque insensibles, et l'on en trouvera les indications dans mon Mémoire. Les deux figures, que j'avais insérées dans mon Mémoire de 1818, étant ainsi vérifiées et complétées, si l'on y joint les effets de compensation qui se produisent entre les plaques de

pouvoir contraire, il n'y a aucune question physique relative à la rotation des rayons dans un système donné de plaques de cristal de roche, qui ne se résolve presque à la simple vue. C'est ce qu'on a pu reconnaître par les applications directes que j'ai eu l'occasion d'en faire aux questions de ce genre qui se sont présentées récemment devant l'Académie.

» Les nouvelles épreuves que je viens de rapporter me paraissent établir que les plans de polarisation des différents rayons simples sont dispersés par le pouvoir rotatoire du cristal de roche proportionnellement aux épaisseurs, et en raison sensiblement réciproque du carré des longueurs de leurs accès, comme je l'avais autrefois admis. Elles montrent aussi que la règle donnée par Newton, pour calculer les teintes résultantes d'un mélange assigné de rayons simples, représente, avec une approximation très-réelle, les impressions produites sur l'œil par de pareils mélanges. Il faut maintenant reprendre ces premières déterminations par les procédés précis d'expérience que l'on possède aujourd'hui, en opérant sur des rayons de lumière simple, strictement définis par les raies du spectre. On verra d'abord si la relation des carrés des accès doit être considérée seulement comme approximative et rectifiée dans ses détails, ou si elle peut être admise comme suffisamment rigoureuse. Quand ce point sera établi, les teintes des deux images, observées à travers des plaques de cristal de roche d'épaisseurs connues, fourniront des mélanges de rayons simples, en toutes sortes de proportions rigoureusement certaines. On pourra donc alors recommencer, avec bien plus de variété, comme de sûreté, les épreuves que Newton a dû faire pour établir sa règle de la composition des teintes résultantes, en perfectionner l'application, et peut-être remonter au principe secret qui lui a servi de guide pour la former. Ce sont de beaux travaux qui s'offrent aux physiciens à venir, et toutes mes espérances seront remplies si les essais que j'ai tentés laborieusement dans cette voie de recherches, leur fournissent des points de départ suffisamment nets et assurés. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Troisième Note sur les altérations des pommes de terre; par* M. **Payen**.

« En continuant d'observer dans la grande culture et l'industrie agricole les faits relatifs au phénomène qui préoccupe les agriculteurs et les économistes, j'étudie par la voie expérimentale plusieurs questions qu'il importe de résoudre, et, au premier rang, celles qui concernent l'avenir de nos récoltes.

» Ces questions, j'en conviens, ont peut-être de l'importance seulement

parce qu'on ignore si la cause du mal n'existe pas dès longtemps chez nous, si, comme quelques personnes le supposent, elle agit chaque année localement, tandis qu'elle exigerait, pour sévir d'une manière générale, le concours d'influences météorologiques extraordinaires. Au lieu de ces hypothèses plus ou moins probables, insuffisantes en tous cas, on aurait des faits positifs si les observations antérieures eussent bien caractérisé l'altération spéciale répandue aujourd'hui sur une grande surface.

» C'est précisément afin qu'on n'ait pas à regretter plus tard ce défaut de notions exactes, que je crois utile d'aborder, au moment où la cause agit encore, toutes les questions qui intéressent la science et la pratique.

» J'ai à présenter, sur l'une de ces questions, une observation nouvelle, digne d'attention à ce double titre.

» La maladie particulière peut-elle s'introduire dans les tubercules sans l'intervention de leurs tiges aériennes et des racines? Se transmettrait-elle des tubercules affectés aux tubercules sains? Quelques observateurs ont répondu négativement, plusieurs autres affirmativement; mais ceux-ci auraient-ils confondu la transmission des effets de pourriture consécutifs à la maladie ou même à l'influence toute particulière que l'abaissement de la température exerça sur les tiges et les tubercules au mois d'août?

» Dans le doute, et en l'absence de toute observation précise et détaillée, j'ai fait l'expérience suivante : dix tubercules attaqués (patraque jaune) furent rangés sur un plateau autour de deux tubercules sains, d'une autre variété (la vitelotte jaune), et dont un était coupé par un plan passant dans l'axe.

» Le plateau fut maintenu sous une cloche dans un air presque saturé d'humidité, à une température de 20 à 28 degrés centésimaux.

» Au bout de huit jours, on n'apercevait aucun signe de transmission; quatre jours plus tard, un changement s'était manifesté à la surface de l'une des sections du tubercule coupé : cette surface paraissait sèche et blanche comme de la fécule en poudre.

» Je m'en aperçus dans une circonstance très-favorable pour bien constater la nature du changement; car je profitai, pour cela, de la présence de MM. Decaisne et Melsens, qui avaient bien voulu revoir, avec moi, les principaux faits signalés dans mes Notes précédentes et comparer les observations à l'aide de trois excellents microscopes de MM. Brunner, Chevalier et Oberhauser.

» J'ajouterai, à ce sujet, que M. Melsens ayant eu l'idée de soumettre à l'action de l'acide chlorhydrique concentré et bouillant l'organisme orangé-

fauve, extrait par mon procédé, les détails de la structure de cet organisme devinrent plus nets et perceptibles à l'aide d'un grossissement de 1 000 diamètres. M. Decaisne en fit, sous le microscope, un dessin que j'ai joint à mes croquis (*voir* la *fig.* n° 5).

» Revenant à l'examen du tubercube coupé et soumis, durant douze jours, aux influences présumées des sporules, je dirai que les parties offrant l'aspect pulvérulent se composaient, en effet, de fécule débarrassée des enveloppes cellulaires.

» Les débris des cellules se retrouvaient parmi cette masse blanche inerte.

» Au delà, et sur la limite de la masse blanche, se sont retrouvés des organismes de couleur orangé-fauve semblables à ceux qui me semblent représenter la tête des champignons.

» Ici l'invasion du parasite s'est faite sans contact direct et simplement à la faveur de l'agitation que j'imprimais à l'air, en soulevant et replaçant la cloche à plusieurs reprises chaque jour : la pénétration était inverse de celle qu'on a observée dans les tubercules envahis sur pied, car elle se propageait du milieu vers la périphérie. On voit, *fig.* 6, la portion de tubercule attaquée et les limites de la masse féculente.

» C'est un fait digne d'attention que l'énergie avec laquelle une végétation cryptogamique, semblable à celle qui attaque les tubercules dans les champs, peut se reproduire sur une pomme de terre coupée, épuiser localement ses sucs, désagréger les cellules, mettre la fécule à nu sans l'attaquer encore, et rendre la masse pulvérulente à ce point que, si de semblables phénomènes de végétation parasite se pouvaient régulariser à volonté, et arrêter à temps, ils constitueraient les éléments d'une industrie profitable.

» Un seul exemple de transmission entre tubercules est insuffisant sans doute, il concourrait cependant à justifier l'une des précautions recommandées dans ma première communication, et expliquerait l'invasion directe de la maladie sans l'intervention des tiges, observée en certaines circonstances, que je n'ai pu moi-même rencontrer.

» Afin de rechercher comparativement si la transmission aurait lieu en dehors de l'influence d'une grande humidité, j'avais entouré trois tubercules sains de la même variété, dont un coupé en deux, avec douze tubercules fortement attaqués, rapprochés des premiers presque jusqu'au contact; le tout était recouvert de fanes sèches et placé dans le même endroit, dont la température varia de 20 à 29 degrés, mais sans ajouter d'eau; j'avais ménagé au contraire une facile issue à la vapeur par un léger courant d'air; après douze

et même quinze jours, aucune apparence de végétation cryptogamique, ni d'altération quelconque, n'apparaissait sur les tubercules sains.

» Ce fait pourra se joindre à ceux que d'autres expériences révéleront, et qui indiqueront d'une manière plus certaine les influences à redouter, ainsi que la nature des précautions à prendre pour les éviter ou les amoindrir.

Applications des pommes de terre et de la pulpe.

» Un grand nombre de faits, venus à notre connaissance, confirment l'opinion qui n'attribue pas d'action insalubre aux tubercules envahis tant qu'ils n'ont pas subi d'autres altérations, que les tissus sont restés fermes et exempts de fermentation putride. Alors cependant on peut reconnaître dans cette substance alimentaire un arrière-goût âcre dont il peut être utile de donner l'explication.

» Le tissu herbacé, sous l'épiderme des pommes de terre, contient plusieurs substances douées d'une odeur vireuse et d'une certaine âcreté; ces caractères, plus prononcés dans certaines variétés à tissu sous-épidermique rouge, augmentent par l'exposition des tubercules à la lumière: souvent on ne les reconnaît pas tant que les tissus restent intacts; mais viennent-ils à être rendus plus perméables, comme cela se remarque après leur dégel, comme cela doit nécessairement avoir lieu par l'introduction et le développement des liquides, sporules et filaments cryptogamiques. Alors les sucs s'épanchent du tissu herbacé dans les tissus sous-jacents, et occasionnent la saveur désagréable observée.

» A cela près, l'usage alimentaire des pommes de terre n'a paru offrir jusqu'ici aucun inconvénient appréciable. Nous pouvons citer parmi les personnes qui en ont fait l'essai avec un grand soin, et nous ont communiqué leurs observations, M. le docteur Mérat et M. Decaisne.

» Les observations sur l'alimentation des animaux ont été nombreuses et concluantes en ce qui touche non-seulement les tubercules, mais encore la pulpe: celle-ci renferme en plus forte proportion la végétation cryptogamique qui reste engagée dans les agglomérations de cellules, tandis que la fécule est extraite en grande partie des tissus.

» Les vaches laitières, les moutons, les porcs, ont été nourris de cette manière sans inconvénient déterminable (1).

---

(1) *Voyez*, p. 700, les faits rapportés par M. Frémy père, dans le Rapport qui a été lu à la Société royale d'Agriculture de Seine-et-Oise.

Conservation de la récolte.

» Toutes les observations s'accordent à prouver, ainsi que nous l'avions pensé, que l'extraction prompte de la fécule est le meilleur moyen d'éviter les déperditions spontanées : malheureusement on ne pourra, dans beaucoup de localités, livrer immédiatement à la râpe tous les tubercules atteints ou douteux; il serait d'ailleurs à désirer qu'une partie pût être conservée, du moins pour la nourriture des animaux.

» On comprend bien que des procédés très-simples et peu dispendieux pourront seuls être mis en pratique dans la plupart des exploitations rurales.

» L'ensilotage ordinaire serait l'un des plus mauvais moyens, car la fermentation putride se propage avec une grande rapidité, au contact d'un tubercule à l'autre, même jusque parmi les plus sains; elle gagnerait ainsi toute la masse enfermée dans un silo.

» Si l'on est obligé d'amonceler les pommes de terre en tas, ceux-ci devront être aussi petits que possible et isolés les uns des autres.

» Mieux vaudrait les étendre en une seule couche lorsque les emplacements ne manqueront pas.

» Dès que la superficie des tubercules est sèche, les champignons qui s'en rapprochent sont bien moins altérables : deux ou trois journées d'exposition à l'air sec et au soleil auraient donc une influence très-favorable sur la conservation ultérieure; j'ai remarqué qu'un lavage préalable, puis l'immersion dans un lait de chaux (à 0,05) facilite cette dessiccation.

» Si la main-d'œuvre disponible le permettait, sans trop de dépense, on réunirait les conditions utiles d'isolement et de température peu variable, sans augmenter outre mesure les emplacements, en plaçant par lits alternatifs les tubercules isolés et de la terre sableuse, remplissant les intervalles et formant une épaisseur de 2 centimètres au-dessus. Ces dispositions permettraient d'utiliser les silos préparés ou de se servir de silos que l'on creuserait dans le sol.

» Plusieurs autres moyens ont été proposés et formeront l'objet de l'examen d'une Commission nommée par l'Académie; d'autres encore ont été l'objet d'expériences faites par M. Dumas et qui seront sans doute répétées en grand.

» Notre confrère, partant d'idées préconçues sur la cause du mal, et qui se trouvent être d'accord avec les résultats des investigations auxquelles je me livrais de mon côté, fut conduit à essayer l'emploi des agents qui

rendent imputrescibles ou inertes les matières organiques azotées ou albuminoïdes et les ferments.

» Parmi les moins dispendieux, la tannée a paru réussir; stratifiée par couches avec les pommes de terre, elle absorberait l'oxygène de l'air et l'empêcherait de venir en aide à la fermentation.

» L'acide sulfureux, qui prévient ou suspend les fermentations de tout genre, a blanchi et maintenu en bon état des tubercules malades exposés momentanément à son action; on aurait, dans la combustion du soufre brut, le moyen d'appliquer à peu de frais cet acide en grand.

» Mais un résultat inattendu, observé pendant cette série d'essais, mérite d'être immédiatement signalé, afin d'éviter aux agriculteurs de fâcheux mécomptes.

» Parmi les agents anti-sceptiques, le sel marin, si favorable d'ailleurs à la nutrition, a été conseillé par plusieurs personnes qui, sans doute, ne l'avaient pas essayé. M. Dumas a pensé que d'abord il convenait d'observer ses effets sur les tubercules attaqués, et il a reconnu que ce composé, en faibles proportions, hâte d'une façon extraordinaire la putréfaction des tubercules envahis.

» Au nombre des causes accessoires de la destruction des pommes de terre, il faut compter les attaques de plusieurs insectes : tous cependant ne remplissent pas le même rôle; notre confrère M. Rayer ayant présenté à la Société centrale d'Agriculture ceux qu'il avait le plus ordinairement trouvés à l'ouvrage autour des tubercules atteints déjà, il est résulté de ses observations, ainsi que de celles de M. Guérin-Méneville, que le plus commun de ces insectes est l'*Iulus guttulatus*, myriapode qui, d'ailleurs, attaque tous les fruits et divers produits végétaux; un autre appartenait à un groupe considérable dont les nombreuses espèces s'appliquent à hâter la destruction des champignons et des cryptogames en général; enfin un troisième paraissait représenter la larve d'un des coléoptères brachelytres, qui tous sont carnassiers.

» Or, on trouve dans les champignons et les lieux obscurs où des cryptogames végètent, grand nombre d'espèces de brachelytres venus là pour se nourrir des insectes qui se développent et vivent parmi les champignons. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le nombre des valeurs égales ou distinctes que peut acquérir une fonction de n variables, quand on permute ces variables entre elles d'une manière quelconque; par* M. **Augustin Cauchy**. (Suite.)

« Je me bornerai, pour l'instant, à indiquer, dans cet article, quelques-uns des principaux résultats de mon travail. Les propositions que j'énoncerai ici se trouveront d'ailleurs démontrées et développées dans les *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*.

§ Ier. — *Sur les diverses formes que peut prendre une fonction symétrique ou non symétrique de n variables.*

» Considérons une fonction Ω de n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots$$

et supposons que cette fonction reste continue pour chacun des systèmes de valeurs attribuées aux variables dont il s'agit. Prenons d'ailleurs

$$N = 1.2.3\ldots n. \tag{1}$$

Lorsqu'on permutera les variables entre elles de toutes les manières possibles, on obtiendra N valeurs diverses de la fonction Ω, et deux quelconques de ces valeurs pourront être ou *égales* entre elles, quels que soient $x, y, z, \ldots$, ou généralement inégales et *distinctes* l'une de l'autre. Si l'on nomme m le nombre des valeurs distinctes de la fonction Ω, et M le nombre de ses valeurs égales, chacune des valeurs distinctes pourra prendre M formes diverses, et, par suite, on aura

$$mM = N. \tag{2}$$

En vertu de cette formule, qui était déjà connue, la détermination du nombre des valeurs distinctes d'une fonction se trouve ramenée à la détermination du nombre des valeurs égales, ou, ce qui revient au même, à la détermination du nombre des permutations que l'on peut effectuer sur les variables $x, y, z, \ldots$, sans altérer la fonction Ω.

» Concevons maintenant que l'on essaye de partager la suite des variables

$$x,\ y,\ z,\ldots$$

en plusieurs autres suites ou *groupes*, en réunissant deux variables dans un

même groupe, toutes les fois que l'on peut faire passer l'une à la place de l'autre, à l'aide d'une substitution quelconque, sans altérer la valeur de la fonction Ω. Il arrivera de deux choses l'une : ou les divers groupes que l'on essayera de former se réduiront à un seul; ou l'on obtiendra effectivement plusieurs groupes distincts les uns des autres. Dans le premier cas, on pourra, sans altérer la valeur de Ω, faire passer toutes les variables à la place occupée dans la fonction par l'une quelconque d'entre elles, et je dirai, pour cette raison, que la fonction est *transitive*. Au contraire, la fonction sera dite *intransitive* quand on ne pourra, sans altérer sa valeur, faire passer certaines variables à certaines places. Parmi les fonctions transitives, on doit distinguer la fonction *symétrique*, dont toutes les valeurs sont égales entre elles, en sorte qu'on a, pour une telle fonction,

$$m = 1, \quad M = N.$$

Parmi les fonctions intransitives, on doit distinguer celles dont toutes les valeurs sont distinctes ou, en d'autres termes, celles pour lesquelles on a

$$m = N, \quad M = 1,$$

chaque groupe étant alors réduit à ne renfermer qu'une seule variable.

» Une *substitution*, opérée sur les variables comprises dans la fonction Ω, peut ou déplacer toutes les variables, ou déplacer seulement plusieurs d'entre elles, en laissant les autres *immobiles*.

» Cela posé, considérons d'abord une fonction transitive de plusieurs variables

$$x, y, z, \ldots.$$

Soient toujours Ω cette fonction; et M le nombre de ses valeurs égales, dans le cas où toutes les variables restent mobiles. Comme une variable quelconque pourra occuper la première place, si l'on nomme $\mathfrak{M}$ le nombre des valeurs égales que peut acquérir la fonction, quand une variable reste immobile, ou, ce qui revient au même, quand on considère Ω comme une fonction de $n-1$ variables, on aura

$$(3) \qquad M = n\mathfrak{M}.$$

D'ailleurs le nombre des valeurs distinctes de Ω considéré, 1° comme une fonction de n variables

$$x, y, z, \ldots;$$

2° comme une fonction de $n-1$ variables

$$y,\ z,\ldots,$$

sera, dans le premier cas, en vertu des formules (2) et (3),

$$(4)\qquad m=\frac{1.2\ldots n}{M}=\frac{1.2\ldots(n-1)}{\mathfrak{M}},$$

et, dans le second cas,

$$\frac{1.2\ldots(n-1)}{\mathfrak{M}}.$$

Donc ces deux nombres seront égaux, et l'on peut énoncer la proposition suivante.

» *Théorème.* Soit Ω une fonction transitive de n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots;$$

et désignons par m le nombre des valeurs distinctes de cette fonction, dans le cas où toutes les variables restent mobiles. m sera en même temps le nombre des valeurs distinctes de Ω, dans le cas où une variable x deviendra immobile, et par conséquent le nombre des valeurs distinctes de Ω considéré comme fonction des seules variables y, z,....

» *Exemple.* Supposons

$$n=3,\quad \text{et}\quad \Omega=x^3y^2z+y^3z^2x+z^3x^2y.$$

En considérant Ω comme fonction des trois variables

$$x,\ y,\ z,$$

on reconnaîtra que les seules substitutions qui n'altèrent pas cette fonction sont les deux substitutions circulaires

$$(x,\ y,\ z),\quad (x,\ z,\ y),$$

dont l'une est le carré de l'autre. On aura donc, dans le cas présent,

$$M=3,\quad \text{et par suite},\quad m=\frac{1.2.3}{3}=2.$$

Si maintenant on suppose que x devienne immobile, il ne sera plus possible

d'échanger entre eux y et z. Donc, si l'on considère Ω comme fonction des seules variables y, z, le nombre $\mathfrak{M}$ des valeurs égales de cette fonction sera l'unité, et le nombre de ses valeurs distinctes, représenté par le rapport $\frac{1.2}{\mathfrak{M}}$, sera encore égal à 2.

» Supposons maintenant que Ω soit une fonction intransitive. Alors la suite des n variables

$$x,\ y,\ z,\dots$$

se partagera en plusieurs autres suites ou groupes

$$\begin{array}{l} \alpha,\ \beta,\ \gamma,\dots, \\ \lambda,\ \mu,\ \nu,\dots, \\ \varphi,\ \chi,\ \psi,\dots, \\ \text{etc.}, \end{array}$$

que l'on formera aisément en s'astreignant à la seule condition de réunir toujours, dans un même groupe, deux variables dont l'une pourra prendre la place de l'autre en vertu d'une substitution quelconque. Soient

a le nombre des variables α, β, γ,..., comprises dans le premier groupe;
b le nombre des variables λ, μ, ν,..., comprises dans le second groupe;
c le nombre des variables φ, χ, ψ,..., comprises dans le troisième groupe;
etc.

On aura évidemment

$$a + b + c + \dots = n. \tag{5}$$

» Lorsqu'on a, comme on vient de le dire, partagé en plusieurs groupes le système des n variables comprises dans une fonction intransitive Ω, toute substitution qui n'altère pas la valeur de Ω se borne à déplacer des variables dans un seul groupe, ou dans plusieurs groupes simultanément. Or, il arrive souvent que les déplacements divers, simultanément opérés dans les divers groupes, en vertu d'une substitution qui n'altère pas la valeur de Ω, peuvent aussi s'effectuer séparément, et indépendamment les uns des autres, sans que la fonction Ω soit altérée. Lorsque cette condition sera remplie, nous dirons que les divers groupes sont *indépendants* les uns des autres. C'est ce qui aura lieu, par exemple, si l'on prend

$$n = 5, \quad \text{et} \quad \Omega = x^2y + xy^2 + zuv.$$

Alors les deux groupes

$$x,\ y,$$
$$z,\ u,\ v,$$

que l'on pourra former avec les cinq variables x, y, z, u, v, seront indépendants l'un de l'autre, attendu que toute substitution qui, sans altérer la valeur de Ω, déplacera les variables, produira, dans chaque groupe, des déplacements qui pourront s'effectuer isolément, sans que la valeur de Ω soit altérée.

» Au contraire, les groupes formés avec les variables ne seraient plus indépendants les uns des autres, si l'on prenait $n = 4$,

$$\Omega = x^2 y + z^2 u.$$

Alors, en effet, les deux groupes formés avec les quatre variables x, y, z, u seraient

$$x,\ z,$$
$$y,\ u,$$

et la seule substitution qui, sans altérer la valeur de Ω, déplacerait les variables, serait celle qui consiste à échanger simultanément x avec z, et y avec u. La valeur de Ω serait évidemment altérée, si l'on se bornait à échanger entre elles les deux variables x et z.

» La détermination du nombre des valeurs égales et du nombre des valeurs distinctes d'une fonction intransitive Ω, qui renferme n variables x, y, z,..., peut être ramenée à la détermination de ces deux nombres, pour des fonctions qui renferment moins de n lettres, ainsi que nous allons l'expliquer.

» Soient toujours

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ldots,$$
$$\lambda,\ \mu,\ \nu,\ldots,$$
$$\varphi,\ \chi,\ \psi,\ldots,$$
$$\text{etc.},$$

les divers groupes formés avec les n variables x, y, z,..., chaque groupe étant composé de variables dont l'une peut prendre la place de l'autre, sans que la valeur de Ω soit altérée; et supposons d'abord ces divers groupes indépendants les uns des autres. Soit, dans cette hypothèse, A le nombre des valeurs égales que peut acquérir Ω quand on se borne à déplacer les varia-

bles α, β, γ,... que renferme le premier groupe, en considérant ces variables comme seules mobiles, ou, ce qui revient au même, le nombre des valeurs égales de Ω considéré comme fonction des seules variables $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$. Soit pareillement B le nombre des valeurs égales de Ω considéré comme fonction des seules variables λ, μ, ν,.... Soit encore C le nombre des valeurs égales de Ω considéré comme fonction des seules variables φ, χ, ψ,... et ainsi de suite. Le nombre total M des valeurs égales de Ω considéré comme fonction des seules variables x, y, z,..., sera déterminé par la formule

$$M = ABC \ldots . \tag{6}$$

D'ailleurs, si l'on désigne toujours par a, ou par b, ou par c,... le nombre des variables comprises dans le premier, dans le deuxième, dans le troisième,... groupe, les facteurs

$$A,\ B,\ C, \ldots$$

seront respectivement des diviseurs des produits

$$1.2\ldots a,\ 1.2\ldots b,\ 1.2\ldots c, \text{ etc.},$$

et, si l'on pose, pour abréger,

$$\mathcal{A} = \frac{1.2\ldots a}{A},\quad \mathcal{B} = \frac{1.2\ldots b}{B},\quad \mathcal{C} = \frac{1.2\ldots c}{C},\quad \text{etc.}, \tag{7}$$

$\mathcal{A}$ représentera le nombre des valeurs distinctes de Ω considéré comme fonction des seules variables α, β, γ,... comprises dans le premier groupe; $\mathcal{B}$ le nombre des valeurs distinctes de Ω considéré comme fonction des seules variables λ, μ, ν,... comprises dans le deuxième groupe; $\mathcal{C}$ le nombre des valeurs distinctes de Ω considéré comme fonction des seules variables φ, χ, ψ,... comprises dans le troisième groupe, etc. Ajoutons que, si l'on pose, pour abréger,

$$\mathcal{N} = \frac{N}{(1.2\ldots a)(1.2\ldots b)(1.2\ldots c)\ldots} = \frac{1.2.3\ldots n}{(1.2\ldots a)(1.2\ldots b)(1.2\ldots c)\ldots}, \tag{8}$$

c'est-à-dire si l'on désigne par $\mathcal{N}$ le coefficient du produit

$$r^a s^b t^c \ldots,$$

dans le développement du polynôme

$$(r+s+t+\ldots)^n,$$

on tirera des formules (2), (6), (7), ...

(9) $$m = \mathfrak{N}\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C},\ldots,$$

» Considérons maintenant le cas où les divers groupes formés avec les variables x, y, z,..., ne sont plus indépendants les uns des autres. Je suis parvenu à démontrer que, dans ce cas encore, les nombres M et m, c'est-à-dire, le nombre des valeurs égales et le nombre des valeurs distinctes de la fonction Ω, pourront être déterminés à l'aide des formules (6) et (9), si l'on attribue aux facteurs A, B, C,..., ou $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$,..., les valeurs que je vais indiquer. On devra, dans le cas dont il s'agit, représenter par A le nombre des valeurs égales que pourra obtenir Ω, en vertu de substitutions correspondantes à des permutations diverses des variables α, β, γ,..., comprises dans le premier groupe ; par B le nombre des valeurs égales que pourra obtenir Ω, en vertu de substitutions qui, sans déplacer α, β, γ,..., correspondront à des permutations diverses des variables λ, μ, ν,..., comprises dans le second groupe ; par C le nombre des valeurs égales que pourra obtenir Ω, en vertu de substitutions qui, sans déplacer ni α, β, γ,..., ni λ, μ, ν,..., produiront des permutations diverses des variables φ, χ, ψ,..., comprises dans le troisième groupe. Il pourra d'ailleurs arriver que des permutations diverses des variables comprises dans l'un des groupes entraînent des permutations correspondantes des variables comprises dans les groupes suivants, en sorte qu'on soit obligé, pour ne pas altérer la valeur de Ω, d'effectuer simultanément ces permutations correspondantes. Il y a plus; la correspondance dont il s'agit ici devra certainement avoir lieu, au moins pour quelques permutations, dans l'hypothèse admise que les divers groupes ne sont pas tous indépendants les uns des autres. Quant aux facteurs $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$,..., ils devront toujours être déterminés à l'aide des formules (7); et l'on peut démontrer qu'alors chacun d'eux sera encore propre à représenter le nombre des valeurs distinctes d'une certaine fonction des variables α, β, γ,..., ou λ, μ, ν,..., ou φ, χ, ψ,..., comprises dans le premier, ou dans le second, ou dans le troisième,... groupe.

» Pour faire mieux comprendre ce qui précède, appliquons la formule (9) à quelques exemples.

» 1er *Exemple*. Supposons $n = 5$,

$$\Omega = x^3 y^2 z + y^3 z^2 x + z^3 x^2 y + uv.$$

Alors, les seules substitutions qui n'altéreront pas la valeur de Ω seront les deux substitutions circulaires

$$(x, y, z), \quad (u, v),$$

et les dérivées de ces deux substitutions. Alors aussi, en vertu de ces deux substitutions et de leurs dérivées, on pourra faire passer à la place l'une de l'autre ou les variables x, y, z, ou les variables u, v, sans que jamais une variable de l'un des groupes

$$x, \; y, \; z.$$
$$u, \; v$$

se trouve substituée à une variable de l'autre groupe. D'ailleurs toute substitution qui aura la propriété de ne pas altérer la valeur de Ω, par exemple la suivante,

$$(x, y, z)(u, v),$$

sera toujours le produit de deux substitutions

$$(x, y, z), (u, v),$$

dont chacune jouira séparément de cette propriété, et sera relative aux variables comprises dans un seul groupe. Donc les deux groupes seront indépendants l'un de l'autre. Ajoutons que, le premier groupe étant composé de trois variables, le second de deux, on aura, dans le cas présent,

$$a = 3, \quad b = 2.$$

D'autre part Ω, considéré comme fonction des seules variables x, y, z, offrira trois valeurs égales et deux valeurs distinctes; on aura donc

$$A = 3, \quad \mathcal{A} = 2.$$

Au contraire, en considérant Ω comme fonction de u, v, on trouvera

$$B = 2, \quad \mathcal{B} = 1.$$

Enfin, le coefficient N du produit

$$r^3 s^2,$$

dans le développement du binôme

$$(r + s)^5,$$

sera le nombre 10. On aura donc

$$\mathcal{N} = 10,$$

et par conséquent les formules (6), (9) donneront

$$M = 3.2 = 6,$$
$$m = 10.2.1 = 20.$$

» 2ᵉ *Exemple.* Si l'on pose $n = 6$,

$$\Omega = x^2 yz + u^2 vw.$$

Alors, avec les six lettres x, y, z, u, v, w, on pourra former deux groupes

$$x,\ u,$$
$$y,\ z,\ v,\ w.$$

Mais ces deux groupes ne seront pas indépendants l'un de l'autre. Alors aussi on trouvera

$$a = 2, \quad A = 2, \quad \mathcal{A} = 1,$$
$$b = 4, \quad B = 4, \quad \mathcal{B} = 6,$$
$$\mathcal{N} = 15,$$

et par suite

$$M = 2.4 = 8,$$
$$m = 15.1.6 = 90.$$

» Il importe d'observer que, dans le cas auquel se rapporte la formule (9), c'est-à-dire, dans le cas où la fonction Ω est intransitive, chacun des nombres a, b, c,... est inférieur à n, et qu'en conséquence la valeur de $\mathcal{N}$ déterminée par la formule (8) est ou égale, ou supérieure à n. On aura, en particulier, $\mathcal{N} = n$, si les groupes formés comme il a été dit ci-dessus se réduisent à deux, le premier étant composé de $n - 1$ variables, l'autre de n variables seulement. Alors on trouvera

$$a = n - 1, \quad b = 1, \quad \mathcal{B} = 1, \quad \mathcal{N} = n,$$

et la formule (9) donnera

(10) $$m = n\mathcal{A}.$$

Dans tout autre cas, $\mathfrak{M}$ surpassera n, et il en sera de même, à plus forte raison, du nombre m, qui, en vertu de la formule (9), sera toujours un multiple de $\mathfrak{M}$.

» En terminant ce paragraphe, nous ajouterons aux remarques déjà faites, une observation qui n'est pas sans importance, c'est que *le nombre des valeurs égales d'une fonction quelconque de n variables est toujours évidemment l'ordre d'un certain système de substitutions conjuguées.*

§ II. — *Sur diverses propriétés des fonctions transitives.*

» Soit Ω une fonction transitive de n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots.$$

On pourra, sans altérer cette fonction, faire passer une variable quelconque à la place de x. Mais x devenant immobile, Ω, considéré comme fonction de $n-1$ variables seulement, pourra cesser d'être une fonction transitive. Cela posé, il importe de remarquer une propriété singulière de certaines fonctions transitives. Elle est exprimée par un théorème, que je suis parvenu à établir, et qui peut s'énoncer comme il suit.

» *Théorème.* Supposons que Ω soit tout à la fois une fonction transitive des n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots,$$

et une fonction intransitive de $n-1$ variables

$$y,\ z\ldots.$$

Supposons encore que ces dernières variables se partagent en groupes indépendants les uns des autres, quand on réunit deux variables dans un même groupe, toutes les fois que l'on peut faire passer l'une à la place de l'autre, sans altérer Ω, à l'aide d'une substitution qui laisse immobile la variable x. Alors, x redevenant mobile, on pourra partager la suite des n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots$$

en plusieurs autres suites ou groupes

$$\begin{array}{l}\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ldots,\\ \lambda,\ \mu,\ \nu,\ldots,\\ \varphi,\ \chi,\ \psi,\ldots,\\ \text{etc.},\end{array}$$

ces groupes étant tellement composés, que toute substitution qui n'altérera pas la valeur de Ω, aura pour effet unique ou de déplacer des variables dans chaque groupe, ou d'échanger les groupes entre eux, et ces groupes étant d'ailleurs indépendants les uns des autres, en sorte que des déplacements simultanément effectués dans les divers groupes, en vertu d'une substitution qui n'altérera pas la valeur de Ω, pourront aussi s'effectuer séparément, sans altération de cette même valeur.

» Lorsqu'une fonction transitive Ω remplit les conditions énoncées dans ce théorème, les divers groupes

$$\begin{array}{l} \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ldots, \\ \lambda,\ \mu,\ \nu,\ldots, \\ \varphi,\ \chi,\ \psi,\ldots, \\ \text{etc.}, \end{array}$$

formés avec les n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots,$$

renferment tous le même nombre a de variables, et, par conséquent, ce nombre a est un diviseur de n. Cela posé, soit

$$k = \frac{n}{a}.$$

Nommons A le nombre des valeurs égales que peut acquérir Ω, en vertu de substitutions dont chacune se borne à déplacer les variables comprises dans un seul groupe, et K le nombre des valeurs égales que Ω peut acquérir, quand on se borne à échanger les groupes entre eux. Le nombre total M des valeurs égales de Ω sera évidemment déterminé par la formule

$$M = KA^n. \tag{1}$$

D'ailleurs le nombre m des valeurs distinctes de Ω se trouvera toujours lié au nombre M par l'équation

$$mM = N, \tag{2}$$

la valeur de N étant

$$N = 1.2.3\ldots n. \tag{3}$$

» Soient maintenant

$$\mathcal{H} \text{ et } \mathcal{A}$$

deux nombres liés à K et A par les formules

(4) $$\mathcal{A} = \frac{1.2\ldots a}{A}, \qquad \mathcal{K} = \frac{1.2\ldots k}{K}.$$

$\mathcal{A}$ sera le nombre des valeurs distinctes d'une fonction de a variables; $\mathcal{K}$ sera pareillement le nombre des valeurs distinctes d'une certaine fonction de k variables; et, en posant, pour abréger,

(5) $$\mathcal{N} = \frac{1.2.3\ldots n}{(1.2\ldots k)(1.2.3\ldots a)^k},$$

on tirera des formules (1), (2), (3), (4),

(6) $$m = \mathcal{N}\mathcal{K}\mathcal{A}^n.$$

En vertu de la formule (6), m sera certainement un multiple du nombre entier représenté par $\mathcal{N}$.

» Dans un prochain article, j'indiquerai les conséquences importantes qui se déduisent de la formule (6), et des principes établis dans le § I[er]. »

M. **Velpeau** annonce à l'Académie l'arrivée, à Paris, des enfants monstrueux dont il l'a entretenue dans une de ses précédentes séances; il ajoute que ces enfants viennent d'être transportés à l'Institut, où la Commission qui a été chargée d'étudier leur conformation anomale pourra les examiner.

CHIMIE. — *Sur les mellonures; par* MM. **Aug. Laurent** *et* **Ch. Gerhardt**.

« Il y a quelques mois, j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie une loi sur les combinaisons organiques qui renferment de l'azote, de l'arsenic, ou du phosphore.

» Cette loi peut se résumer ainsi :

» Dans toutes les combinaisons organiques, la somme des atomes de l'azote et de l'hydrogène (ou des corps qui peuvent se substituer à l'hydrogène, comme les corps halogènes et les métaux) est toujours divisible par quatre.

» En partant de cette loi, j'ai été conduit à refaire les analyses de plusieurs corps dont les formules ne s'accordaient pas avec elle, et l'expérience est venue la confirmer.

» J'ai fait remarquer que, à l'exception des mellonures, tous les corps sur la pureté desquels on pouvait compter, et dont les analyses, faites par

les chimistes les plus habiles, offraient des réactions simples et en rapport avec les formules, s'accordaient avec cette loi.

» D'un autre côté, M. Gerhardt a proposé l'emploi de nouveaux équivalents qui l'ont conduit à nier l'exactitude des formules des mellonures.

» M. Liebig, à qui l'on doit la découverte de ces sels, s'est empressé de les soumettre à un nouvel examen, et il en a conclu que les formules qu'il avait autrefois attribuées aux mellonures devaient être conservées.

» Comme nous étions, M. Gerhardt et moi, fortement intéressés dans cette question, nous nous sommes réunis pour essayer de la résoudre, et c'est le résultat de nos recherches que je vais présenter à l'Académie.

» Le mellon renferme $C^{12}Az^{8}$. Ce corps se comporte, suivant M. Liebig, comme le cyanogène. En effet, lorsqu'on le traite par la potasse, il se forme du mellonure de potassium $C^{12}Az^{8},K$, et lorsque l'on verse un acide dans ce sel, il se précipite de l'acide hydromellonique $C^{12}Az^{8},H^{2}$. Enfin, lorsque l'on chauffe l'acide hydromellonique, il se dégage de l'hydrogène et l'on obtient de nouveau le mellon.

» Telle est l'analyse du travail de l'habile chimiste de Giessen. Si ces formules sont exactes, il est impossible de concevoir la formation du mellonure de potassium à l'aide du mellon et de la potasse; de plus, nous n'avons aucun exemple d'une réaction aussi singulière que celle qu'offre l'acide hydromellonique sous l'influence de la chaleur. Comme on le voit, les mellonures ne renferment ni hydrogène, ni oxygène.

» Les résultats auxquels nous sommes parvenus sont entièrement différents de ceux de M. Liebig, et ils s'accordent parfaitement avec les réactions.

» Le mellonure d'argent desséché à 130 degrés renferme exactement 1 équivalent d'hydrogène. Ce sel, ainsi que celui de potassium, renferment, de plus, 2 équivalents d'oxygène.

» Enfin l'acide hydromellonique contient 2 équivalents d'hydrogène et 2 équivalents d'oxygène.

» Voici les formules de ces corps:

Mellonure de potassium.....	$C^{12}Az^{8}H^{2}KO^{2}$	desséché à 180 degrés.
Mellonure d'argent.........	$C^{12}Az^{8}H^{2}AgO^{2}$	130
Acide hydromellonique......	$C^{12}Az^{8}H^{4}O^{2}$	180

On a donc

$$\underbrace{C^{12}Az^{8}}_{\text{Mellon.}} + \underbrace{H^{2}KO^{2}}_{\text{Potasse.}}, \text{ mellonure de potassium;}$$

par la chaleur,

$$\underbrace{C^{12}Az^{8}H^{4}O^{2}}_{\text{Acide hydro-mellonique.}} = C^{12}Az^{8} + H^{4}O^{2}.$$

» On pourrait peut-être rester indécis en présence des affirmations contradictoires de M. Liebig et les nôtres. Un seul fait suffira pour trancher la question d'une manière irrévocable.

» Si l'acide hydromellonique a la composition que M. Liebig lui attribue, il doit perdre, sous l'influence de la chaleur, 1 équivalent de gaz hydrogène, c'est-à-dire 1 pour 100 de son poids.

» Si notre formule est exacte, cet acide doit perdre 16 centièmes.

» Or, l'acide hydromellonique, après avoir été desséché à 180 degrés, a perdu, à une plus haute température, non 1 centième, mais 15 à 16 centièmes, et, de plus, ce n'est pas du gaz hydrogène qui s'est dégagé, mais de l'eau. L'acide hydromellonique renferme donc de l'oxygène.

» Il résulte de plus, des analyses précédentes, que la composition attribuée par M. Liebig au mellon est parfaitement exacte, malgré les dénégations de MM. Wœlkel et Parnell. Les dissidences qui existent entre nos résultats et ceux de M. Liebig ne portent donc que sur les mellonures.

» Si l'on considère le nombre considérable d'analyses que nous avons corrigées, si l'on fait attention que toutes les corrections sont venues confirmer les équivalents de M. Gerhardt et ma loi des corps azotés, on n'hésitera pas à adopter ces équivalents, et l'on sera nécessairement débarrassé d'une foule d'hypothèses qui retardent, depuis trop longtemps, la marche de la science. »

RAPPORTS.

VOYAGES SCIENTIFIQUES. — *Instructions pour le voyage de* M. **Félix d'Arcet** *au Brésil et au Mexique.*

(Commissaires, MM. Arago, Serres, Flourens, Élie de Beaumont, Payen, Pariset, Isid. Geoffroy-Saint-Hilaire rapporteur.)

« L'Académie a chargé une Commission composée de MM. Arago, Serres, Flourens, Élie de Beaumont, Payen, Pariset et de moi (Isid. Geoffroy-Saint-Hilaire), de rédiger des Instructions pour un voyage que M. le docteur Félix d'Arcet est sur le point d'entreprendre.

» Afin de mieux remplir les intentions de l'Académie et d'éclairer plus

complétement M. d'Arcet sur les services qu'il peut rendre aux sciences, la Commission l'a appelé deux fois dans son sein, et la plupart de ses membres ont eu, en outre, avec lui, des conférences dans lesquelles il a reçu oralement les éclaircissements et les développements qui ne pouvaient trouver place dans ce Rapport.

» C'est le Brésil et ensuite le Mexique que M. d'Arcet a le projet d'explorer. Son intention est non-seulement de parcourir plusieurs des provinces de ces deux vastes états, mais de faire dans l'un d'eux au moins un séjour assez prolongé. Cette dernière circonstance permettra à M. d'Arcet de rendre aux sciences des services que l'on ne saurait attendre de la plupart des voyageurs. Il pourra faire des observations suivies sur plusieurs points importants et difficiles, et préparer la solution de problèmes que n'ont pu résoudre encore ni les voyageurs, faute de temps, ni les observateurs sédentaires, faute de matériaux.

» La Commission, dans le choix des questions qu'elle recommande aux recherches de M. d'Arcet, a dû prendre ces données en grande considération. En ce moment même, le Brésil, déjà tant de fois et si fructueusement visité par des savants de toutes les nations, l'est de nouveau par plusieurs voyageurs français : MM. de Castelnau, d'Ozery, Weddel et Déville, le traversent de l'est à l'ouest, comme on le sait, pour se rendre au Pérou, et M. le docteur Demersay a été chargé, par M. le Ministre de l'Instruction publique, d'une exploration bien moins vaste, mais importante encore. Il est évident que M. d'Arcet, qui ne tient sa mission que de lui-même, ne peut rendre aux sciences les services que l'on est en droit d'attendre de ces voyageurs, et que la direction que nous venons d'indiquer, est la seule qui puisse le conduire à des résultats d'un intérêt et d'une utilité réelle pour la science.

» En préparant ces Instructions, la Commission a dû aussi s'attacher aux questions à la solution desquelles M. d'Arcet se trouve le mieux préparé par ses études et ses travaux antérieurs. M. d'Arcet est médecin; il a fait preuve, par diverses publications, de connaissances dans la science à laquelle son aïeul et son père ont rendu de si éminents services; il a étudié plusieurs branches de la Zoologie, et a quelque habitude des dissections délicates. Deux voyages en Égypte, dans l'un desquels il était adjoint à l'un de vos Commissaires, M. Pariset, l'ont, en outre, préparé à l'exploration qu'il est au moment d'entreprendre. Enfin, nous devons ajouter que M. d'Arcet, qui dessine avec facilité, s'est rendu familiers, depuis plusieurs années, et les procédés de moulage, et l'usage du daguerréotype.

» D'après ces divers éléments, la Commission a cru devoir recomman-

der spécialement aux recherches de M. d'Arcet les questions suivantes de Géologie, de Zoologie, d'Anthropologie, de Médecine, de Chimie appliquée et d'Agriculture. Elle renvoie d'ailleurs M. d'Arcet aux Instructions déjà publiées par l'Académie et le Muséum d'Histoire naturelle, et aux nombreux ouvrages que l'on possède sur le Brésil et le Mexique, particulièrement à ceux de nos confrères MM. de Humboldt et Auguste de Saint-Hilaire.

» GÉOLOGIE. *Gisement de divers minéraux.* — Nous ne doutons pas que M. d'Arcet n'intéressât vivement l'Académie, s'il pouvait lui procurer des renseignements plus précis que ceux que l'on possède, sur le gisement de divers minéraux précieux.

» Nous citerons particulièrement les diamants que l'on trouve dans des massifs d'*itacolumite*, sur la serra du Grammagoa (rive gauche du Carrego dos rios), à 43 lieues portugaises au nord de la ville de Tijuco ou Diamantina.

» Nous indiquerons aussi le gisement de l'or natif en plaques et en filets déliés, entre les feuillets de l'*jacotinga* et autres roches schisteuses, aux mines de Taquary et de Gongo-Socco, dans la province de Minas-Geraes (1).

» *Cavernes et ossements fossiles.* — En explorant les terrains qui forment le sol du Brésil, M. d'Arcet devra porter particulièrement son attention sur les fossiles qui pourraient exister dans les roches sédimentaires (grès, schistes, calcaires) qui ont été rapportées à la période paléozoïque. Nous lui indiquerons, en particulier, celles qui couvrent une partie de la province de Minas-Geraes, et qui entourent le massif de roches cristallisées depuis le rio de Contos jusqu'au Parana-Panema.

» Il serait à désirer que M. d'Arcet pût examiner par lui-même les cavernes de la province de Minas-Geraes, déjà si heureusement explorées par MM. Lund et Clausen. Nous devons appeler, d'une manière toute spéciale, l'attention de M. d'Arcet sur cette question, sur la haute importance de laquelle il est inutile d'insister : Existe-t-il, dans ces cavernes, des ossements humains qu'on doive supposer exactement contemporains des ossements des animaux d'espèces perdues, telles que les *Megalonix*, les *Megatherium* et le grand *Felis* dont un si beau crâne a été récemment acquis par l'Académie?

» ZOOLOGIE. *Génération des animaux à bourse.* — Le Mexique, et surtout le Brésil nourrissent, comme on le sait, plusieurs espèces de Mammifères marsupiaux, tous de la famille des Didelphidés, mais, les uns, tels que les Didelphes, pourvus d'une véritable bourse, les autres, tels que les Mi-

(1) *Voir* les *Comptes rendus des séances de l'Académie*, t. XII, p. 152, et t. XVI, p. 38.

courés et les Hémiures, sans bourse proprement dite. M. d'Arcet pourra sans doute se procurer, au Brésil, des individus vivants des deux sexes. Nous ne saurions trop l'engager à ne rien négliger pour jeter quelque jour sur le mystère, encore si incomplétement pénétré, de la reproduction de ces Mammifères. Nous sommes loin, sans doute, de l'époque où l'on admettait que ces animaux se forment aux tétines de leurs mères. Les travaux de Hunter, de Home, de MM. Geoffroy-Saint-Hilaire, de Blainville, et de plusieurs autres observateurs, ont depuis longtemps fait disparaître de la science cette inadmissible anomalie; et il y a quelques années, M. Owen, ayant eu l'heureuse occasion d'examiner l'utérus d'une femelle de Kangurou morte en état de gestation, et de disséquer l'embryon qu'il contenait, a fait connaître plusieurs faits d'un grand intérêt.

» Mais, après tous ces travaux importants, la gestation intra-utérine des Marsupiaux, et cette seconde et si singulière gestation qui leur est propre, la gestation mammaire, restent encore l'une et l'autre des sujets d'étude aussi neufs qu'importants pour l'anatomie et la physiologie comparées. Quelques animaux ou parties d'animaux envoyés, dans l'alcool, de l'Amérique, de l'Archipel indien ou de la Nouvelle-Hollande, quelques cas de reproduction obtenus à Paris et à Londres, tels sont les seuls et imparfaits éléments dont les zoologistes et les physiologistes français et anglais aient pu disposer: leurs efforts pour se procurer à la fois un certain nombre d'individus vivants sont toujours restés sans succès. C'est ce qui a déterminé M. Geoffroy-Saint-Hilaire à rédiger, en 1824, et l'administration du Muséum à envoyer, dans tous les pays où se trouvent des Marsupiaux, une instruction très-détaillée sur l'état de la question à cette époque, et sur les recherches que les besoins de la science réclamaient le plus impérieusement des observateurs placés sur les lieux.

» En renvoyant M. d'Arcet à cette instruction qui, même aujourd'hui, peut être pour lui un guide fort utile, nous croyons devoir l'inviter d'une manière toute spéciale :

» 1°. A comparer l'œuf et le fœtus d'un Didelphidé à l'œuf et au fœtus de Kangurou, décrit par M. Owen. Ces animaux appartenant à deux familles fort éloignées l'une de l'autre par l'ensemble de leur organisation, cette comparaison ne peut manquer de fournir des résultats d'un grand intérêt.

» Nous n'avons pas besoin d'insister sur l'importance extrême qu'offrirait une suite d'observations bien faites sur l'œuf et l'embryon aux diverses époques de leur évolution; mais ce travail, aussi difficile qu'important, n'est pas du nombre de ceux que l'on peut attendre d'un voyageur, même placé dans

les circonstances les plus favorables; et le lui demander, ce serait lui demander l'impossible. La question, beaucoup plus circonscrite, que nous avons posée, est telle, au contraire, que nous avons lieu d'espérer une réponse satisfaisante de la part d'un voyageur qui a fait des études anatomiques, et qui aura devant lui un guide tel que M. Owen.

» 2°. A envoyer en France, sans les avoir ouverts, et après avoir pris toutes les précautions nécessaires à leur parfaite conservation, les appareils générateurs de plusieurs femelles, tuées à des époques bien déterminées après la fécondation. Si M. d'Arcet pouvait envoyer une suite telle que l'on pût étudier l'évolution de l'ovule, de l'embryon et de l'œuf, depuis la fécondation jusqu'à la sortie de l'utérus, il fournirait par là même aux zootomistes tous les éléments du grand travail que nous venons d'indiquer, et il rendrait un important service à la zoologie et à la physiologie.

» 3°. A observer avec soin les circonstances du passage du fœtus du vagin dans la bourse.

» 4°. A faire connaître de la manière la plus précise le mode d'adhérence du fœtus à la mamelle. M. d'Arcet devra le déterminer à l'aide d'observations faites sur plusieurs individus d'âge différent, et répéter, si elles sont possibles chez les Didelphidés, les expériences curieuses qui ont été faites par M. Collie et par M. Morgan sur les fœtus mammaires d'un Marsupial d'une tout autre famille.

» 5°. A déterminer exactement et à analyser les liquides contenus, d'une part, dans les mamelles de la mère, de l'autre, dans les voies digestives du fœtus mammaire.

» 6°. A examiner sur le vivant la disposition si remarquable de l'appareil respiratoire qu'a découverte M. Geoffroy-Saint-Hilaire, et qui établit un rapport de continuité entre les narines postérieures et la cavité laryngienne.

» 7°. Enfin, tout en s'attachant spécialement pour toutes ces questions à l'étude des véritables Didelphes, qui sont les plus grands de tous les Didelphidés, à ne pas négliger entièrement les autres genres pendant la gestation mammaire.

» Nous manquons presque entièrement de notions sur les replis abdominaux qui, chez ceux-ci, tiennent lieu, jusqu'à un certain point, de bourse, et nous ne savons rien sur les modifications que ces replis paraissent subir aux différentes époques de la gestation.

» *Insectes mellifères.* — L'Amérique méridionale possède un grand nombre d'espèces mellifères sur lesquelles l'attention des voyageurs, d'Azara par exemple, s'est depuis longtemps portée. Notre confrère, M. Auguste de

Saint-Hilaire, et plusieurs autres voyageurs, dans ces derniers temps, ont fait connaître sur elles des faits intéressants. Néanmoins, on manque encore de renseignements sur plusieurs points importants, et ce que l'on sait sur d'autres n'est ni assez précis, ni même, parfois, assez authentique.

» Nous signalons ce sujet de recherches à M. d'Arcet. Non-seulement il pourra recueillir, sur les mœurs des Mélipones et des autres Apiaires américains, des observations qui intéresseront les zoologistes; mais il pourra se rendre plus directement utile en faisant connaître avec soin la composition et les propriétés de leur miel, et en envoyant en France des gâteaux bien conservés.

» *Collections zoologiques.* — En renvoyant M. d'Arcet à l'Instruction générale publiée par l'administration du Muséum d'Histoire naturelle, nous recommanderons spécialement à ses recherches les reptiles et les petits mammifères du Mexique.

» Si l'occasion se présentait, comme il arrive quelquefois au Brésil, de se procurer, par la voie du commerce, un Gymnote électrique vivant, une telle acquisition serait pour la science d'un trop grand intérêt pour que M. d'Arcet ne s'efforçât pas de faire parvenir en France ce précieux poisson.

» Il serait utile aussi d'envoyer, dans l'alcool, quelques individus de l'espèce du même genre que l'on trouve dans plusieurs parties du Brésil. M. d'Arcet fournirait ainsi aux ichthyologistes le moyen de s'assurer s'il n'existerait pas dans cette espèce, comme l'a conjecturé notre confrère M. Valenciennes, quelques rudiments d'appareil électrique.

» ANTHROPOLOGIE. — Les contrées que va visiter M. d'Arcet sont sans nul doute au nombre de celles où le voyageur peut recueillir le plus de faits intéressants pour cette branche de l'histoire naturelle, si négligée autrefois, et à laquelle a été donnée enfin, depuis quelques années, une impulsion digne de sa haute importance. Au Mexique, au Brésil, trois des principales races humaines se trouvent en présence : la race propre à l'Amérique, la race caucasique qui s'y est transportée de divers points de l'Europe, la race éthiopique qu'elle y a traînée à sa suite. De plus, dans le port si fréquenté de Rio-Janeiro, les occasions ne manquent pas d'observer des représentants de plusieurs autres variétés du genre humain. Enfin, toutes ces races se mêlent entre elles par la génération, et de leur croisement, et du croisement de leurs métis avec elles et entre eux, résultent une foule de combinaisons dont l'étude scientifique est du plus grand intérêt.

» Elle est malheureusement restée longtemps aussi difficile, ou, pour mieux dire, aussi complétement impossible, qu'elle est importante. Si les

caractères nets et tranchés de deux espèces animales disparaissent souvent, et, pour ainsi dire, s'effacent dans leurs descriptions; si une analyse habile, éclairée par la comparaison directe des objets analogues, peut quelquefois seule les y apercevoir, comment l'anthropologiste pourra-t-il saisir, entre deux types voisins, exprimer, transmettre par des descriptions des différences légères, fugitives, parfois même inappréciables pour celui qui n'a pas l'habitude de les observer?

» Trois découvertes ou applications nouvelles, faites presque simultanément, ont heureusement levé une partie de ces graves difficultés, et ont ouvert une ère nouvelle pour l'histoire naturelle de l'homme : le daguerréotype, qui fixe et grave avec une précision toute géométrique les contours généraux du corps et les traits du visage; le céphalomètre de M. le docteur Antelme, qui mesure et décrit, par un procédé presque aussi précis, les dimensions et les formes du crâne, et permet de déterminer, aussi approximativement qu'on le veut, les dimensions moyennes et la forme typique de la tête d'un peuple, d'un sexe, d'un âge; enfin le perfectionnement et l'heureuse application à l'anthropologie des procédés du moulage, fait soit directement, soit à l'aide de l'ingénieux physionotype de M. Sauvage; procédés par lesquels l'ensemble même de la tête, et au besoin des membres, du corps même, est conservé et mis sous nos yeux.

» L'Académie ayant décidé, sur la demande de la Commission, que des mesures seraient prises pour que M. d'Arcet pût disposer d'un daguerréotype et d'un physionotype, nous avons l'espoir fondé que son voyage enrichira l'anthropologie de résultats d'un grand intérêt. Par des portraits photographiques tels que ceux qui ont été présentés à l'Académie par M. Thiesson; par des moules qui pourraient s'ajouter à la belle collection faite par M. Dumoutier, et déposée aujourd'hui au Muséum; par des dessins coloriés, et aussi par des descriptions et des mesures précises, M. d'Arcet nous transmettrait des renseignements d'une extrême précision, de véritables éléments scientifiques auxquels la Commission attacherait le plus grand prix.

» Nous croyons devoir appeler spécialement les recherches de M. d'Arcet, non-seulement sur les diverses variétés de la race américaine et de la race éthiopique, mais aussi sur les métis, encore si peu connus, de l'une et de l'autre, et aussi sur les produits du croisement de la première avec la race caucasique. Nous l'invitons, en même temps qu'il déterminera exactement les caractères physiques de ces diverses variétés, à ne négliger aucun des renseignements qui peuvent nous éclairer sur leurs aptitudes intellectuelles.

» Nous inviterons aussi M. d'Arcet à constater avec exactitude, et à expri-

mer par des dessins coloriés faits avec soin, les divers états de coloration de la race américaine, de la race éthiopique et des métis, depuis le moment de la naissance jusqu'à l'instant où ils arrivent à la couleur normale de leur variété.

» Enfin, nous lui demanderons de recueillir pour ces mêmes races, pour leurs métis, et aussi pour la race blanche, des renseignements plus précis que ceux que l'on possède, sur la durée et les diverses phases de l'accroissement, et sur l'époque de la puberté.

» Cette dernière question et plusieurs des précédentes devront être résolues par des observations faites comparativement sur les deux sexes. Les voyageurs ont si souvent négligé l'étude de la femme, pour s'attacher presque exclusivement à celle de l'homme, que nous devons insister de nouveau sur la nécessité de faire enfin une étude complète de notre espèce. La femme est autant que l'homme, elle est plus que lui peut-être, selon l'un de nous, M. Serres, conservatrice du type de la race.

» Médecine. *Eaux minérales.* — Il existe au Brésil plusieurs sources d'eaux minérales dont les unes jouissent d'une grande célébrité, dont d'autres, peu ou point connues, ont sans doute aussi des propriétés utiles.

» La Commission croit devoir appeler l'attention de M. d'Arcet sur ces sources, l'inviter à recueillir sur elles, sur leurs propriétés physiques, leurs effets thérapeutiques, des renseignements aussi précis qu'il sera possible, et à déterminer, par les procédés que la chimie enseigne, les substances que leurs eaux tiennent en suspension ou en dissolution.

» *Maladies de la peau, etc.* — Parmi les maladies cutanées que M. d'Arcet aura occasion d'observer au Brésil, l'éléphantiasis, le pian et surtout la morphée, devront être étudiés avec soin par M. d'Arcet. Nous lui demanderons aussi de recueillir des renseignements précis sur l'ophthalmie africaine que l'on observe fréquemment au Brésil où elle est importée par les nègres. M. d'Arcet trouvera des renseignements intéressants sur ces diverses questions pathologiques dans le remarquable ouvrage de M. le docteur Sigaud.

» Nous appellerons enfin son attention sur une maladie singulière, l'hématurie des régions tropicales, qui a été récemment, de la part de notre confrère M. Rayer, l'objet d'un travail important, et sur laquelle il reste à faire des recherches d'un grand intérêt. Il serait, en particulier, fort utile d'examiner l'état du sang et la composition de l'urine aux diverses périodes de la maladie, et de déterminer si l'on observe souvent au Brésil le développement de l'hydropisie chez les individus dont l'urine est habituellement sanguinolente, ou *albumineuse* et *graisseuse*.

» Chimie et Agriculture. *Préparation du caoutchouc.* — Cette substance si utile dans les laboratoires de chimie et de physique, si diversement employée dans les arts industriels et l'économie domestique, rendrait de plus grands services en certaines occasions, si elle conservait toute son élasticité, son imperméabilité et sa résistance primitives. L'un de nous, M. Payen, a pensé qu'on pourrait lui conserver ces propriétés si on l'obtenait moulé directement, dans le pays, sous des formes usuelles, et exempt de toute matière étrangère. Voici les principales formes qui permettraient d'employer le caoutchouc sans le dissoudre et sans l'altérer par la chaleur.

» 1°. Tubes droits; tubes coudés; tubes en T, d'épaisseurs et de diamètres divers;

» 2°. Cylindres pleins, à découper en France selon le besoin;

» 3°. Plaques ou dalles rectangulaires que l'on découperait de même en France;

» 4°. Capsules à boucher les bouteilles et flacons.

» Il serait aussi à désirer que l'on examinât, au point de vue économique, la question de la préparation du suc conservé, transportable en France, et pouvant donner par une simple évaporation le caoutchouc élastique.

» *Bois colorants et autres produits végétaux.* — Des détails sur l'exploitation des bois colorants, sur leurs qualités, leurs usages, leurs marques, seraient aussi fort intéressants pour la technologie.

» Il ne serait pas moins utile d'envoyer des échantillons, rameaux, feuilles et fleurs, des plantes usuelles dont les produits s'appliquent ou peuvent s'appliquer au tannage, à l'extraction des huiles, etc.

» *Débris des animaux.* — On sait combien les animaux domestiques, transportés par les Européens en Amérique, s'y sont multipliés et y sont devenus communs. Il résulte de là que des produits qui, en Europe et particulièrement en France, manquent à l'agriculture et à diverses industries, sont en grande partie perdus au Brésil et dans plusieurs contrées de l'Amérique méridionale. On pourrait faire préparer, pour les expédier en France ou dans nos colonies :

» 1°. Pour engrais, le sang coagulé par la chaleur ou la chaux, et desséché;

» 2°. Pour aliment et pour engrais, la chair desséchée;

» 3°. Des intestins préparés et séchés qui, insufflés, pourraient être employés pour contenir et conserver des aliments, et qui seraient utilisés aussi comme matières premières pour diverses fabrications, telles que les cordes harmoniques, les cordes à fouets, à raquettes, à machines, la baudruche,

enfin le papier à gargousses; applications que l'un de vos Commissaires, M. Payen, a fait connaître, et qui emploierait tous les débris d'intestins impropres aux usages que nous venons d'indiquer;

» 4°. Des tendons pour les fabriques de colle-forte.

» Il est d'autres débris d'animaux dont l'utilité a été déjà depuis longtemps sentie: les cornes et sabots, et les peaux. Mais le transport des premiers pourrait être rendu moins dispendieux au moyen d'un premier aplatissage, et celles-ci, comme on le sait, sont souvent attaquées durant le voyage, par les insectes. On pourrait essayer, pour prévenir ces altérations si nuisibles au commerce, l'emploi de diverses substances telles que l'acide pyroligneux, le chlorure d'alumine, le bichlorure de mercure. Si M. d'Arcet veut faire l'essai de ces divers moyens, nous ne doutons pas que les négociants, pour lesquels cette question est d'un si grand intérêt, ne facilitent ses expériences par tous les moyens qui sont en eux (1). »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ÉCONOMIE RURALE. — *Observations sur la maladie qui sévit sur les pommes de terre; par* M. Stas, professeur à l'Ecole polytechnique de Bruxelles.

(Renvoyé à la Commission déjà nommée pour examiner la question de la maladie des pommes de terre.)

« Dès l'origine de la maladie dont la pomme de terre est atteinte en Belgique, je n'ai pas cessé de m'occuper de son étude.

» Je vais résumer ici les résultats auxquels je suis arrivé:

» Prenons le mal à son origine. D'abord, on observe sur la pomme de terre des taches jaunes, brunes ou noirâtres. Si le mal est faible, les taches sont rares, quelquefois il n'y en a qu'une seule, d'autres fois plusieurs.

» Dans plusieurs circonstances, au lieu de taches, on trouve une dépression sans changement de teinte. Dans cet état, si l'on coupe le tubercule par tranches, on n'observe absolument aucun phénomène particulier dans son intérieur.

» Quand la maladie a fait quelques progrès, les taches se montrent en

(1) M. d'Arcet trouvera sans nul doute un concours éclairé et un appui chez M. Lisboa, de Rio-Janeiro, jeune Brésilien sorti cette année de l'École centrale de Paris, avec un diplôme d'ingénieur-chimiste.

plus grand nombre ou les dépressions sont plus fortes. En coupant les tubercules, on remarque, à l'endroit des taches, des marbrures jaunes, brunes ou noirâtres. Si le mal est encore plus intense, une grande partie des tubercules est atteinte de ces marbrures. Quand la tache est unique, elle se développe en épaisseur et en profondeur, en affectant la forme d'un cône dont la base est à la surface, le cône au centre du tubercule ou même au delà.

» Arrivé à cette époque, le tubercule malade peut présenter des phénomènes différents, suivant les circonstances dans lesquelles il se trouve. Conservé dans la terre sèche ou humide, hors de la terre, dans un endroit humide comme une cave, ou sec comme un grenier ou un appartement, les résultats sont différents.

» Dans une terre sèche ou un appartement sec et bien aéré, les progrès du mal *sont parfois très-lents;* d'autres fois le mal se limite. La partie malade se retire sur elle-même, et se détache de la partie saine. Je ne saurais mieux comparer ce phénomène qu'à celui qu'on observe dans les gangrènes sèches chez l'homme. La pomme de terre répand alors une odeur nauséabonde.

» Dans une terre humide ou dans un lieu humide quelconque, que l'air circule ou non, le mal se propage indubitablement. La partie saine offre le même ordre de symptômes que ceux que présente la partie primitivement malade, tandis que celle-ci éprouve un nouvel ordre de phénomènes : le tissu malade se disloque, il se fait une véritable décomposition des produits du tubercule. Je dirai bientôt quelle est la nature de cette altération. Toute la partie malade ne présente plus qu'une mousse putrilagée infecte qui, parfois, se boursoufle comme du pain qui lève, par les gaz qui se dégagent, qui tantôt a l'aspect gommeux et filant. Arrivée à cette période, la matière cesse bientôt d'exister.

» Jusqu'à l'époque du putrilage, les liquides du tubercule restent acides; lorsque la matière se décompose, les liquides deviennent alcalins, pour redevenir acides à la fin de la destruction.

» Une pomme de terre qui offre des taches ne laisse apercevoir aucune altération appréciable au microscope dans la portion saine. Une tranche mince prise dans la portion colorée en brun, présente les phénomènes suivants sous un grossissement de 1000 diamètres: une matière solide brune ou jaune s'est déposée sur le tissu des cellules, celles-ci sont intactes et renferment des grains de fécule en grande quantité, mais qui, pour la plupart, sont plus petits que dans la pomme mûre.

» D'après la seule observation microscopique, je n'oserais affirmer que la

matière jaune qui est accolée aux parois des cellules soit l'unique cause de leur coloration; il est infiniment plus probable que la matière de la cellule, que sa propre substance, ou du moins un de ses principes, peut-être la substance azotée, se trouve atteinte.

» On observe ces phénomènes aussi longtemps que la partie malade ne s'est pas retirée sur elle-même ou bien qu'elle ne s'est pas putrilagée, à l'intensité près; car, sous le rapport de l'intensité de la coloration, j'ai remarqué de grandes variations quand on conserve la pomme de terre malade dans un lieu sec : la partie malade se sépare pour ainsi dire spontanément de la partie saine. En plaçant une lanière la plus mince possible sur le champ du microscope, on remarque d'abord une grande confusion, la matière est devenue assez opaque; ce n'est qu'avec beaucoup de peine qu'on parvient à découvrir que la forme des cellules est altérée, que les différentes cellules sont irrégulièrement collées les unes aux autres, mais sans être déchirées. La fécule y est intacte, mais elle m'a toujours paru opaque. Lorsqu'on traite cette partie opaque par de l'acide chlorhydrique dilué à $\frac{1}{100}$ à une température de 60 à 90 degrés, pendant plusieurs heures, on parvient à lui enlever toute la fécule; en soumettant après le tissu au microscope, on les trouve toutes vides et intactes, avec la forme qu'elles ont dans la pomme de terre saine, traitée de la même manière.

» L'acide acétique produit le même effet si, au lieu de faire rougir l'acide chlorhydrique à $\frac{1}{100}$ à chaud, on prend de l'acide à $\frac{1}{10}$ et qu'on opère sous le microscope; la confusion qu'on observe avec l'action de l'acide disparaît, les cellules reprennent leur forme primitive, la fécule y devient facilement apparente; on voit qu'elle s'y gonfle et qu'elle finit par disparaître, en laissant les cellules vides incrustées d'une matière jaune-brunâtre.

» Cet examen prouve que, dans la matière primitivement affectée (portion de marbrure), et dans celle où s'est développée cette espèce de nécrose sèche, la fécule est intacte et que les parois des cellules ne se sont pas déchirées; que dans la nécrose sèche celles-ci sont déformées par suite d'un retrait de la matière sèche sur elle-même.

» Un mot sur la matière qui colore et agglutine les cellules.

» D'après les résultats analytiques dont je vous parlerai plus loin, cette matière doit être formée en grande partie par de l'albumine qui s'est coagulée. L'autre substance colorée m'est inconnue.

» Voici d'ailleurs les propriétés de la matière déposée : elle est insoluble dans l'eau, l'alcool et l'éther. L'acide chlorhydrique la rend transparente d'abord et en fait disparaître une portion, *mais jamais le tout*. La potasse faible

est sans action à froid; à chaud elle rend la matière visqueuse et augmente la couleur.

» Une dissolution concentrée en enlève une assez grande partie, mais on ne parvient jamais à décolorer complétement les tissus; même la coloration des parois des cellules augmente, en même temps que la matière agglutinée aux surfaces s'enlève.

» Ces faits me font présumer que la substance ou les substances propres des cellules sont attaquées. Quant au dépôt d'une matière particulière azotée, il n'y en a aucun. Ce point d'ailleurs mérite toute notre attention pour un fait. Je le reprends encore.

» L'examen microscopique de la pomme de terre putrilagée est facile. Quand le mal a fait des progrès, on remarque que les cellules sont disloquées, on retrouve des fragments de leurs parois, les grains de fécule en sont sortis; la matière présente une foule de bulles de gaz.

» Parmi les grains de fécule, il y en a de déformés, d'autres sont excessivement transparents et paraissent brisés.

» Lorsque l'état de décomposition est arrivé très-loin, l'analyse montre que les grains de fécule disparaissent, deviennent solubles en donnant naissance à une matière incolore d'apparence gommeuse ne colorant pas l'iode, et qui, en un mot, présente tous les caractères de la dextrine. La dextrine se rencontre toujours quand la matière malade devient très-filante.

» Quand on ajoute de l'eau à la substance putrilagée et filante, le liquide filtré ne contient plus de trace d'alumine coagulable. On y rencontre un sel ammoniacal (j'y ai trouvé de l'acide lactique, je n'oserais dire qu'il n'y en a pas d'autre qui sature l'ammoniaque). Le liquide ne précipite plus par les acides. L'alcool anhydre le précipite, mais le précipité est soluble dans l'eau (dextrine).

» La maladie ne se termine point par la conversion de la fécule en dextrine. Celle-ci se transforme à son tour en acide lactique, qui passe lui-même à son tour à des produits que je n'ai eu aucun intérêt à rechercher.

» Les phénomènes de transformation de l'amidon en dextrine et de dextrine en acide lactique se passent simultanément; je pense cependant que l'état de dextrine précède celui d'acide lactique, parce qu'à la fin de la décomposition on rencontre toujours plus d'acide qu'au commencement.

» Voici en peu de mots l'idée que je me suis faite de la nature du mal dans l'intérieur du tubercule.

» La maladie commence par l'altération de la matière azotée coagulable, et peut-être même incoagulable de la pomme de terre, peut-être

même par une altération simultanée des parois même des cellules. Je me figure que l'albumine se coagule comme dans l'œuf que l'on fait cuire. Je dois ajouter de suite que je ne comprends pas la raison de la coagulation de cette substance.

» Il m'a semblé que le liquide d'une partie saine d'une pomme de terre partiellement malade, a une tendance singulière à se coaguler. Ainsi, en exprimant le jus de la partie saine et en l'abandonnant pendant douze heures à lui-même, il se prend entièrement en masse formée par des filaments d'albumine coagulée.

» Quoi qu'il en soit, si l'altération de la matière azotée n'est pas primitive, si elle ne précède pas l'altération des autres principes, au moins je pense qu'avec raison on peut attribuer à son altération les phénomènes consécutifs qui sont : cette espèce de nécrose sèche dans laquelle on observe l'agglutination des cellules avec leur déformation, et surtout la décomposition putride qui ne me paraît qu'une conséquence nécessaire, inévitable, de la destruction de la matière amylacée.

» Mes analyses m'ont prouvé :

» Qu'aucune pomme de terre n'est arrivée à l'état de maturité ;

» Qu'elles contiennent toutes plus d'eau que dans les années habituelles; qu'elles contiennent toutes moins de fécule : le maximum de la fécule a été de 18 pour 100 dans une pomme de terre rouge, de 15 pour 100 dans une pomme de terre blanche, de 13 pour 100 dans les pommes de terre bleues, que j'ai pu me procurer jusqu'à présent ; la quantité de fécule est descendue, dans les pommes de terre saines, jusqu'à 6 pour 100 ;

» Que, toutes choses égales d'ailleurs, les pommes de terre provenant de terrains humides contiennent moins de fécule que celles qui proviennent des terrains secs ;

» Que les pommes de terre contiennent, cette année, plus d'albumine coagulable que dans les années antérieures;

» Que l'albumine existe en plus grande quantité dans le jeune âge que dans la maturité (je pense qu'on avait antérieurement observé le contraire);

» Que les pommes de terre contiennent aussi plus de matière ligneuse ;

» Que, vers la maturité, le principe qui s'accumule, surtout dans les tubercules, est la fécule; que tout tubercule dont la fane et la tige ont été entièrement détruites, cesse de se développer; qu'une accumulation de fécule peut se faire dans la pomme de terre, quoique la fane soit très-malade; qu'un

tubercule malade cesse de se développer, quoique sa fane soit partiellement saine ;

» Qu'une pomme malade contient, dans les parties saines et dans les parties malades, la même quantité de fécule que dans une pomme saine ;

» Que, dans une partie malade, il y a moins d'albumine coagulable que dans une portion saine du même tubercule.

» Je déduis de mes analyses la composition suivante :

Eau.	82,200
Fécule et parenchyme.	12,390
Albumine coagulable.	1,987
Matières solubles.	3,583
	100,160

» L'expérience directe m'aurait donné 81,9 pour l'eau, et pour les cellules 0,76. »

STATISTIQUE. — *Essai sur la statistique intellectuelle et morale des départements de la France.* Tableau n° 5 : *Départements de la Seine, de Seine-et-Oise, de Seine-et-Marne et de la Seine-Inférieure; par* M. **P. Fayet**, professeur de Mathématiques spéciales au collége de Colmar. (Extrait par l'auteur.) (Concours de Statistique.)

» Voici quelques-uns des résultats contenus dans ce nouveau tableau :

» Pendant la période de 10 ans (1827-36), à 1000 conscrits correspondaient 877 mariages dans le *département moyen* (France entière), 950 dans celui de la *Seine-Inférieure,* 1004 dans celui de *Seine-et-Oise,* 1062 dans celui de *Seine-et-Marne* et 1723 dans celui de la *Seine;* et 100 mariages donnent 348 naissances légitimes dans le *département moyen,* 343 dans celui de la *Seine-Inférieure,* 315 dans celui de *Seine-et-Marne,* 280 dans celui de *Seine-et-Oise* et 264 seulement dans celui de la *Seine.*

» Ainsi un nombre proportionnel de mariages de plus en plus grand, et des mariages de moins en moins féconds à mesure qu'on approche de la capitale.

» La Seine est de tous les départements celui qui compte proportionnellement le moins de contribuables, le plus de patentés et le plus d'électeurs.

» En calculant le nombre des conscrits qui savent lire, sur un total de mille, pendant chacune des trois périodes de cinq ans qui viennent de s'écouler, l'auteur trouve que, de la première à la dernière (de 1827-31 à 1837-41),

ce nombre s'est élevé de 467 à 567 dans le *département moyen,* de 522 à 650 dans la *Seine-Inférieure,* de 660 à 764 dans la *Seine-et-Marne,* de 643 à 741 dans la *Seine-et-Oise* et de 808 à 868 dans la *Seine.* Un progrès analogue s'est fait sentir dans l'état intellectuel des accusés, excepté dans la Seine-Inférieure.

» Le nombre proportionnel des accusés, des condamnés, des suicides, des enfants naturels et des enfants trouvés est beaucoup plus considérable que dans le reste de la France; il va jusqu'au quadruple, au quintuple, et presque jusqu'au décuple pour les accusés de moins de 21 ans. Mais il ne faut pas oublier de remarquer :

» 1°. Que sur 75 accusés que fournissent annuellement 100 000 habitants du département de la Seine, 28 seulement sont nés et domiciliés dans le département; les autres lui sont étrangers, ou par la naissance, ou par le domicile;

» 2°. Que pour les crimes les plus graves (les meurtres, assassinats, etc.), le département de la Seine est au-dessous de la moyenne, et n'occupe que le quarante-sixième rang;

» 3°. Qu'un grand nombre d'enfants naturels et d'enfants trouvés qui naissent ou sont exposés dans le département de la Seine, sont un produit des départements voisins, dont quelques-uns, sous ce rapport, figurent ainsi parmi les plus moraux de la France;

» 4°. Enfin que le nombre des accusés de moins de 21 ans diminue sensiblement dans le département de la Seine et n'augmente pas dans le reste de la France; ce que l'auteur attribue à l'heureuse influence des nombreuses sociétés philanthropiques ou charitables qui se sont formées, depuis quelques années, pour venir au secours de l'enfance pauvre et abandonnée. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Recherches sur les Acarus, les Annélides, les Cryptogames et la coloration noire qui constituent la maladie épidémique des pommes de terre; par* M. Gruby. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoyé à la Commission chargée d'examiner la question de la maladie des pommes de terre.)

« En examinant des pommes de terre malades, j'ai rencontré, accumulés comme dans une espèce de nid, une grande quantité d'Acarus de tout âge, des femelles pleines, des œufs, des fœtus et des restes d'Acarus morts.

» Les adultes ont beaucoup d'analogie avec l'Acarus de la gale des animaux.

» La femelle pleine porte de deux à quatre œufs. Une fente large, située à la partie postérieure, lui permet de les pondre.

» Le mâle est moins grand. On remarque à la partie postérieure et inférieure de son abdomen deux corps jaunes, arrondis, placés l'un contre l'autre comme les testicules.

» *Vers de la pomme de terre malade.* — Il y en a de deux sortes. Les uns sont microscopiques, les autres peuvent être vus à l'œil nu.

» Il y a deux genres de vers microscopiques.

» Les vers qu'on peut voir à l'œil nu, occupent les cavités blanches de la pomme de terre et remplissent ces cavités.

» *Champignons ou cryptogames de la pomme de terre.* — La pomme de terre malade nous a offert les champignons tels que les ont décrits MM. Morren et Payen.

» Les Acarus et les Annélides ou vers microscopiques, blessent l'épiderme pour y pénétrer, et, si la pomme de terre est saine, il s'ensuit un boursouflement ou une papille autour de la piqûre; si, au contraire, elle est malade, la piqûre n'est suivie d'aucun boursouflement.

» En résumé, les pommes de terre me paraissent atteintes d'une maladie parasitique animale, d'une maladie mélanotique et d'une maladie parasitique végétale; ce sont ces trois maladies qui constituent la maladie épidémique des pommes de terre.

» D'après mes expériences, les pommes de terre malades, rôties ou bouillies, ne sont point nuisibles aux personnes adultes dont la digestion est normale, et encore moins aux animaux. »

M. **Faure**, médecin en chef de l'hôpital militaire de Toulon, qui a lu en 1844 un Mémoire sur l'*innocuité de la ponction pratiquée pour remédier aux épanchements pleurétiques,* demande que la Commission qui a été nommée veuille bien faire un Rapport sur ce travail.

La Lettre de M. Faure est renvoyée à la Commission précédemment nommée, et dans laquelle feu M. Breschet sera remplacé par M. Velpeau.

CORRESPONDANCE.

Sur l'observation de M. **Thenard**, la lettre de M. *le Ministre de l'Instruction publique,* relative à une demande de candidats pour la chaire de pharmacie vacante à l'École de Pharmacie de Strasbourg, est renvoyée à la Sec-

tion de Chimie. Elle l'avait été par erreur, dans la séance précédente, aux deux Sections réunies de Chimie et de Physique.

HYGIÈNE PUBLIQUE. — M. **Dumas** communique, au nom de M. le colonel **Paulin**, l'extrait de plusieurs Lettres qui lui ont été adressées et qui constatent l'emploi nouveau qu'on peut faire de son appareil dans les exploitations dangereuses par la nature des matières qu'on y traite.

« Voici les faits principaux établis par cette correspondance:

» Il a suffi d'enduire l'appareil d'un corps gras, et de se vêtir convenablement, pour pouvoir rester aussi longtemps qu'on le désire dans les étuves à soufrer, sans éprouver la moindre gêne.

» Dans une usine à gaz de la chaussée du Maine, le contre-maître, revêtu de la camisole, et à l'aide de la pompe qui lui envoyait de l'air toujours frais, est descendu dans une citerne étroite ayant environ 9 mètres de profondeur; là, pendant deux heures environ, il a travaillé aux tuyaux conducteurs du gaz, dans lesquels il a pratiqué successivement des ouvertures par où il y a eu nécessairement une grande déperdition, en sorte qu'il a vécu sans aucune gêne ni incommodité dans une atmosphère si fortement saturée de gaz que, sans un préservatif aussi puissant que l'appareil, l'asphyxie eût été instantanée.

» Le même appareil a servi à préserver les ouvriers du contact des vapeurs arsenicales:

» Le premier essai de cette nouvelle application a été fait le 15 mars 1840, sur un fourneau de grillage, à Mispikel, et a duré huit heures consécutives; pendant tout ce temps l'ouvrier a manœuvré facilement, et a déclaré, à plusieurs reprises, qu'aucune gêne ne se manifestait dans le jeu de ses poumons. Cependant, comme il était obligé de se déplacer fréquemment, tenant en ses mains des pelles et des ringards dont le poids est considérable; comme, d'un autre côté, rien n'éclairait l'intérieur du fourneau, il exprima le désir de travailler hors de cet appareil qui était tout nouveau pour lui, désir auquel on ne condescendit qu'après avoir acquis l'assurance que toutes les vapeurs étaient absorbées par le gueulard. Depuis cette époque, et pour cette aspiration seulement, on a remplacé la chemise par un tuyau dont l'extrémité, aboutissant sous le menton, renouvelle incessamment la couche d'air qui se trouve en contact avec la face.

» Mais cette précaution est restée insuffisante, quand il a fallu pénétrer dans les condenseurs où s'amoncellent les produits du grillage, sous forme de poudre impalpable et susceptible d'être mise en suspension, soit par la mar-

che, soit par les mouvements qu'on ne peut se dispenser d'exécuter pour recueillir ces matières. Les expériences tentées à cet effet n'ont laissé aucun doute sur l'efficacité de l'appareil, et dès le lendemain les ouvriers étaient déjà tellement familiarisés avec ce mode préservateur, qu'ils en ont fait spontanément usage dans plusieurs autres manipulations assez délicates pour qu'il devienne ordinairement indispensable de recourir à des palliatifs qui, bien que gênants et dispendieux, seraient loin peut-être de remplir le même objet.

» Dans l'opinion de M. Borie, industriel à Brassayet (Puy-de-Dôme), l'appareil Paulin est aussi applicable au travail régulier d'un atelier qu'au sauvetage dans les incendies; deux ou trois jours suffisent pour habituer les hommes les plus délicats à l'odeur du cuir et à la gêne que fait éprouver au premier abord le vêtement en lui-même. Depuis plusieurs mois, M. Borie ne découvre à cet appareil aucun inconvénient qui puisse un seul instant faire contre-poids aux nombreux et éminents services qu'il rend. »

BOTANIQUE.—*Gemmes analogues à celles des Marchantiées, trouvées sur des mousses.* (Note de M. **Montagne.**)

« En étudiant les mousses rapportées du Chili par M. Claude Gay, il m'est arrivé d'observer un fait curieux, qui me semble tout à la fois nouveau et digne d'intéresser l'Académie.

» J'étais occupé à décrire, pour la Flore de ce pays, un genre nouveau, voisin du *Weissia*, et je cherchais à reconnaître la forme et la structure des spores de l'espèce que j'avais sous les yeux. Quelle fut ma surprise de trouver à leur place, et dans toutes les capsules explorées, des espèces de gemmes analogues à celles qu'on rencontre dans les corbeilles ou scyphules des marchantiées. Elles n'ont pas, à la vérité, la même forme, mais leur structure m'a paru semblable. Celles-ci sont cunéiformes ou parallélogrammes, longues de près de $\frac{7}{50}$ de millimètre, et larges de $\frac{4}{100}$ à $\frac{6}{100}$ de millimètre. Il est mal aisé de juger de leur épaisseur, néanmoins je la crois environ du tiers de la largueur. Ces corps sont composés de deux couches de cellules larges, disposées sur deux à trois rangs pour chacune des faces visibles au microscope. Ils sont aplatis ou fortement comprimés et leur couleur est d'un vert foncé tirant sur le bistre. Il est essentiel d'ajouter que ceci a été observé sur des capsules mures et dont l'opercule était déjà tombée et que conséquemment ce n'est pas le jeune âge des spores. En tout cas, je ne sache pas que rien de pareil ait été vu dans la famille des mousses, et, sous le rapport physiologique

du moins, le fait n'est pas sans importance, ne fût-il que le résultat d'une sorte de monstruosité.

» Je m'abstiens, pour le moment, d'aborder toutes les questions que soulève cette apparente aberration dans le mode habituel de reproduction des mousses, parce que je ne pourrais y répondre d'une manière satisfaisante. Je me propose de tenter quelques expériences sur la germination de ces gemmules qui, j'ose à peine en douter, ne sont pas moins propres que les vraies spores à propager la plante.

» Je nomme *Eucamptodon perichætialis* la mousse chez laquelle j'ai observé le phénomène qui fait l'objet de cette Note. »

M. Payen communique un extrait d'un Rapport fait par M. Fremy père à la Société royale d'Agriculture de Seine-et-Oise, au nom d'une Commission nommée par elle. Voici les faits les plus importants qui y sont consignés :

« Trois membres de la Commission font usage, depuis huit jours, de pommes de terre avariées, avec la seule précaution d'enlever la partie malade, sans avoir éprouvé aucune espèce d'incommodité.

» Les ouvriers de la ferme de Villerat, ceux de la ferme de Satory, exploitées par MM. Dégenetté et Pigeon, ceux de plusieurs autres fermes, nourris avec des pommes de terre avariées, sauf la même précaution, sont dans un état parfait de santé.

» Depuis dix jours, quatre moutons, deux métis et deux solognaux, sont nourris sur la ferme de Villerat avec des pommes de terre avariées crues, sans aucune précaution; ils se portent très-bien : trois ont acquis du poids, le quatrième est stationnaire.

» Quatre autres moutons des mêmes races mangent depuis dix jours, sur la ferme de Satory, des pommes de terre cuites, dans le même état que les précédentes; ils sont très-bien portants; on n'a pas constaté leur poids.

» Deux lapins mangent, depuis vingt jours, des pommes de terre avariées, dont on n'a pas enlevé la partie atteinte. Non-seulement ils ne sont pas malades, mais ils ont sensiblement engraissé. »

ÉCONOMIE RURALE. — *De la maladie des pommes de terre; par* M. J. Bonjean, pharmacien à Chambéry.

« Dans ce travail, l'auteur s'est proposé d'examiner : 1° la nature de cette maladie; 2° la cause qui l'a produite et les moyens d'y remédier en partie; 3° si les pommes de terre altérées peuvent être mangées sans danger.

» M. Bonjean divise en deux catégories l'altération des tubercules, selon qu'elle est profonde ou partielle. Dans le premier cas, la pomme de terre est entièrement ou presque entièrement désorganisée, convertie en une pulpe blanche, jaune ou brunâtre, d'une consistance plus ou moins molle, d'une odeur infecte et d'une saveur âcre, piquante et nauséabonde.

» La pulpe, dans cet état, possède une réaction acide faible, mais très-sensible. Mise en contact avec la teinture d'iode, elle bleuit entièrement ; ce qui prouve que la fécule n'est point altérée, au moins dans sa constitution chimique ; cependant l'extraction de ce principe serait très-difficile, sinon impossible, en raison de son mélange intime avec la partie fibreuse que la décomposition a réduite à un état de ténuité extrême.

» Les pommes de terre ainsi altérées ne sont bonnes à rien ; elles ne sont heureusement qu'en petit nombre.

» Dans le second cas, c'est-à-dire quand l'altération n'est que partielle, la pomme de terre contient çà et là des taches dont la couleur varie du jaune foncé au brun marron, et qui pénètrent le tubercule à une profondeur moyenne de 2 à 4 millimètres seulement. La partie ainsi altérée est tantôt ferme, tantôt molle ; son odeur est fade, parfois à peine sensible, et elle présente simplement une saveur de pourri. En coupant par tranches une de ces pommes de terre, on trouve que les taches ont un aspect assez semblable à celui qu'on observe dans les pommes qui commencent à se gâter. On rencontre dans cette catégorie un fort petit nombre de pommes de terre chez lesquelles l'altération a envahi une notable étendue de la surface du tubercule qu'elle a ramolli et décomposé.

» Selon M. Bonjean, les circonstances atmosphériques exceptionnelles qui ont signalé cette saison, sont les seules causes du mal, et les alternatives fréquentes de pluie, de soleil et de froid, suffisent pour expliquer la désorganisation des tissus chez une plante en partie gorgée de fluides aqueux.

» M. Bonjean n'a pu découvrir aucune espèce de champignon, ni aucune trace de végétation cryptogamique sur les tiges de pommes de terre altérées.

» Il pense que l'on doit se hâter d'arracher les pommes de terre et d'opérer le triage des bonnes et des mauvaises; il ne faut point les laver, après avoir enlevé au couteau les parties gâtées, afin de ne pas augmenter la pourriture; on ne doit pas les mettre en tas avant d'avoir fait cette opération, et, dans ce cas encore, il convient de les tenir en couches minces, jusqu'à ce qu'elles soient parfaitement desséchées.

» M. Bonjean, après avoir fait ramasser au hasard des pommes de terre gâtées et abandonnées sur le sol, comme rebut, s'en est nourri presque ex-

clusivement pendant trois jours consécutifs, sans rien ôter de ce qui était gâté, mais après avoir fait toutefois enlever celles qui appartenaient à la première catégorie signalée plus haut; il en a ainsi mangé 4 kilogrammes, apprêtées au beurre, en soupe ou simplement cuites à l'eau, sans avoir ressenti aucune autre incommodité qu'une digestion un peu pénible. Il a fait davantage, il a bu un matin, à jeun, un verre (250 grammes) de l'eau qui avait servi à faire cuire 2^k,500 de tubercules pourris; cette eau était épaisse, sale et nauséabonde. Il n'a éprouvé d'autre accident qu'un sentiment d'âcreté dans l'arrière-bouche, accompagné de chaleur dans la poitrine pendant environ deux heures. Après quoi, tout accident a disparu. Deux commis et un domestique de M. Bonjean ont suivi son exemple, pendant deux jours, sans inconvénient.

» M. Bonjean en conclut qu'il faut utiliser les pommes de terre abandonnées en si grand nombre. Pour sa part, il a fait ramasser sans choix 50 kilogrammes de pommes de terre qu'il a fait monder. Après cette opération, il est resté 36^k,500 exempts de toute altération et dont il se nourrit. Ainsi ce fait montrerait que les trois quarts de cette substance peuvent être utilisés pour l'alimentation. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Moyens préservatifs à employer contre la maladie qui attaque actuellement la pomme de terre.*

« M. **Victor Paquet** pense, d'après ses observations, que la maladie des pommes de terre est le résultat du développement d'un petit champignon microscopique de l'ordre des Puccinies. En 1831, la même plante parasite a produit, sur les anémones, les mêmes effets que cette année sur les pommes de terre.

» Pour arrêter le développement de ce cryptogame, M. Paquet a essayé de la méthode suivante : 25 décalitres environ de pommes de terre, sur lesquelles il y avait un commencement de maladie, ont été séparés en deux lots égaux; sur l'un on a saupoudré de la chaux vive à laquelle on avait ajouté un quart environ de suie et de charbon de bois pulvérisé. Ce lot de pommes de terre ainsi chaulées a été mis dans une caisse. L'autre lot, qui n'avait subi aucune préparation, a été placé dans une autre caisse. Les deux caisses ont été descendues à la cave. Le douzième jour, les tubercules non chaulés étaient complétement gangrénés; ils fermentaient déjà. Les autres, au contraire, étaient aussi sains et aussi secs que dans les années ordinaires. »

M. **Decerfz**, docteur-médecin à la Châtre, écrit pour annoncer les progrès

que fait, dans le centre de la France, la maladie des pommes de terre. « Aujourd'hui, 20 septembre, dit-il, la récolte est presque détruite, tandis que quinze jours auparavant il y avait à peine un dixième d'affecté. »

M. Decerfz rappelle que, dès 1816, il avait appliqué le nom de *gangrène humide* à une maladie semblable à celle qui affecte aujourd'hui les pommes de terre.

(Les trois Notes précédentes sont renvoyées à la Commission chargée de la question de la maladie des pommes de terre.)

M. **Grassi**, pharmacien en chef de l'hôpital du Midi à Paris, écrit à l'Académie pour lui demander d'être admis au nombre des candidats qu'elle doit présenter au Ministre de l'Instruction publique, pour la place de professeur de pharmacie vacante à l'Ecole de Pharmacie de Strasbourg. Il joint à cette lettre la liste de ses titres.

(Renvoyé à la Section de Chimie.)

M. G. **Cruwell**, docteur-médecin finnois, adresse le Rapport imprimé, fait par l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg, sur son traitement électrolytique, c'est-à-dire sur l'emploi du galvanisme contre certaines maladies; il annonce en outre que, depuis l'impression de ce Rapport, il a fait une application heureuse de sa méthode au cancer, à la gangrène, au *fungus medullaris* et au *fungus hæmatoides*.

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

A 5 heures, l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 6 heures. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1845; n° 11; in-4°.

Annales des Sciences naturelles; par MM. MILNE EDWARDS, AD. BRONGNIART *et* DECAISNE; juin 1845; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine, septembre 1845; in-8°.

Bulletin de la Société de Géographie; tome III; in-8°.

De la Zoogénie et de la distribution des êtres organisés à la surface du globe; par M. GÉRARD; in-8°.

Revue zoologique; n° 8; 1845; in-8°.

Bulletin scientifique, publié par l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg, et rédigé par son Secrétaire perpétuel; ½ feuille in-8°.

Novorum actorum Academiæ Cæsareæ Leopoldino-Carolinæ naturæ curiosorum tomus vicesimus primus, seu decadis tertiæ tomus secundus; in-4°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 546.

Discussione... *Discussion de deux théorèmes remarquables d'Analyse; par* M. AGATINO SAN MARTINO. (Extrait du tome XX des *Actes de l'Académie Gioénienne.*) Catane, 1844; in-4°.

Sopra un antica... *De la mesure antique appelée* Centupondium; *par* le même. Catane, 1842; in-4°.

Sulla portata... *Du mouvement des Eaux des Fleuves; par* le même. (Extrait du tome VI des *Actes de l'Académie Gioénienne.*) Catane, 1841; in-4°.

Discorso... *Discours historique et métaphysique sur les leçons de Mathématiques transcendantes faites à la chaire de l'Université de Catane, dans leur rapport avec les progrès de la Science; par* le même. Catane, 1844; in-8°.

Sull' esame .. *Opuscules italiens relatifs à l'histoire de l'Université de Catane; par* le même. Catane, 1843; in-8°.

Ecersizi .. *Exercices d'Analyse transcendante; par* M. J. ZURRIA; 3e, 4e et 5e Mémoires; 2 cahiers in-4°. (Extrait du tome XX des *Actes de l'Académie Gioénienne.*) Catane, 1843.

Ecersizi... *Exercices d'Analyse transcendante; par* le même. (Extrait du journal *le Stésichore*). Catane, 1836; in-8°.

Nuove ricerce... *Nouvelles recherches microscopiques sur le texture intime de la Rétine chez l'homme, les vertébrés, les céphalopodes et les insectes, précédées de quelques réflexions sur les éléments morphologiques globulaires du Système nerveux; par* M. P. PACINI, de Pistoje. Bologne; in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome XIII, 1845; n° 38; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n°s 108-110, in-fol.

Echo du monde savant, n°s 19 et 20.

[illegible]... *Exercices d'analyse* [illegible], par le même. (Extrait du journal de [illegible] Cahiers, 1836; in-8°.

[illegible]... *Nouvelles recherches microscopiques sur le* [illegible] *de la* [illegible] *chez l'homme, les mollusques, les céphalopodes et les* [illegible], précédées de quelques réflexions sur les éléments morphologiques [illegible]; par M. P. [illegible], de [illegible]. Bologne; in-8°.

Gazette médicale de Paris, tome XIII, 1845; n° 38; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n° 109-111, in-fol.

L'Écho du monde savant; n° 19 et 20.